Série , N° 1.119
N° d'ordre : 1.970

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. A. LAPRESLE
Ingénieur de l'Aéronautique

1re THÈSE

CONTRIBUTION à l'ÉTUDE EXPÉRIMENTALE du CHAMP AÉRODYNAMIQUE
AUTOUR d'un PROFIL SUSTENTATEUR

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES par la FACULTÉ

Soutenues le 5 DEC *1927, devant la Commission d'Examen*

MM. Ch. MAURAIN *Président*
L. MARCHIS } *Examinateurs*
A. TOUSSAINT }

Série , N° 1.119
N° d'ordre : 1.970

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. A. LAPRESLE
Ingénieur de l'Aéronautique

1re THÈSE

CONTRIBUTION à l'ÉTUDE EXPÉRIMENTALE du CHAMP AÉRODYNAMIQUE
AUTOUR d'un PROFIL SUSTENTATEUR

2e THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES par la FACULTÉ

Soutenues le *1927, devant la Commission d'Examen*

MM. Ch. MAURAIN *Président*
L. MARCHIS } *Examinateurs*
A. TOUSSAINT }

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

MM.

Doyen	C. MAURAIN *Professeur*	Physique du globe.
Doyens honoraires	P. APPELL, M. MOLLIARD.	
Professeurs honoraires	P. PUISEUX.	
	V. BOUSSINESQ.	
	A. JOANNIS.	
	H. LE CHATELIER.	
	H. LEBESGUE.	
	A. FERNBACH.	
	A. LEDUC.	
	G. SAGNAC.	
Professeurs	ÉMILE PICARD	Analyse supérieure et algèbre supérieure.
	G. KŒNIGS	Mécanique physique et expérimentale.
	E. GOURSAT	Calcul différentiel et calcul intégral.
	P. JANET	Electrotechnique générale.
	F. WALLERANT	Minéralogie.
	H. ANDOYER	Astronomie.
	P. PAINLEVÉ	Mécanique analytique et mécanique céleste.
	Gabriel BERTRAND	Chimie biologique.
	Mme P. CURIE	Physique générale et radioactivité.
	M. CAULLERY	Zoologie (Evolution des êtres organisés).
	C. CHABRIÉ	Chimie appliquée.
	G. URBAIN	Chimie minérale.
	Émile BOREL	Calcul des probabilités et Physique mathém.
	L. MARCHIS	Aviation.
	Jean PERRIN	Chimie physique.
	Rémy PERRIER	Zoologie (Enseignement P. C. N.).
	H. ABRAHAM	Physique.
	M. MOLLIARD	Physiologie végétale.
	E. CARTAN	Géométrie supérieure.
	L. LAPICQUE	Physiologie générale.
	E. VESSIOT	Théorie des groupes et calcul des variations.
	A. COTTON	Physique générale.
	J. DRACH	Application de l'analyse à la géométrie.
	Charles FABRY	Physique.
	Charles PÉREZ	Zoologie.
	Léon BERTRAND	Géologie appliquée et géologie régionale.
	R. LESPIEAU	Théories chimiques.
	E. RABAUD	Biologie expérimentale.
	P. PORTIER	Physiologie comparée.
	E. BLAISE	Chimie organique.
	P.-A. DANGEARD	Botanique.
	PAUL MONTEL	Mécanique rationnelle.
	P. WINTREBERT	Anatomie et histologie comparées.
	O. DUBOSCQ	Biologie maritime
	G. JULIA	Mathématiques générales.
	A. JOB	Chimie générale.
	A. MAILHE	Étude des combustibles.
	L. LUTAUD	Géographie physique.
	Eugène BLOCH	Physique théorique et physique céleste.
	H. VILLAT	Mécanique des fluides et applications.
	N	Géologie.

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

E. HÉROUARD	Zoologie.
E. PÉCHARD	Chimie (Enseignement P. C. N.).
V. AUGER	Chimie analytique.
M. GUICHARD	Chimie minérale.
A. GUILLET	Physique.
C. MAUGUIN	Minéralogie.
L. BLARINGHEM	Botanique.
A. MICHEL-LÉVY	Pétrographie.
A. DEREIMS	Géologie.
R. DONGIER	Physique du globe.
A. DENJOY	Calcul différentiel et intégral.
H. BÉNARD	Physique (P. C. N.).
E. DARMOIS	Physique.
G. BRUHAT	Physique.
H. MOUTON	Chimie physique.
L. JOLEAUD	Paléontologie.
M. JAVILLIER	Chimie biologique.
A. DUFOUR	Physique (P. C. N.).
F. PICARD	Zoologie (Évolution des êtres organisés).
ROBERT-LÉVY	Zoologie.
L. DUNOYER	Optique appliquée.
A. GUILLIERMOND	Botanique (P. C. N.).
A. DEBIERNE	Radioactivité.

Secrétaire ..... Daniel TOMBECK.

A la mémoire de GUSTAVE EIFFEL

A la mémoire de LÉON RITH

A Monsieur LUCIEN MARCHIS

Professeur à la Faculté des Sciences de Paris

en reconnaissance des encouragements et des conseils qu'il m'a donnés

A. LAPRESLE
Ingénieur de l'Aéronautique

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU CHAMP AÉRODYNAMIQUE AUTOUR D'UN PROFIL SUSTENTATEUR

TABLE des CHAPITRES

	Pages
Introduction	5
Résumé des chapitres	7
CHAPITRE PREMIER. — **Rappel d'études théoriques sur les lignes de courant**	9
CHAPITRE II. — **Méthode expérimentale et sondes aérodynamiques**	28
CHAPITRE III. — **Modèle soumis aux essais.**	39
CHAPITRE IV. — **Champ aérodynamique autour du profil**	48
CHAPITRE V. — **Application des théorèmes de la mécanique au calcul des coefficients C_z et C_x**	74
CHAPITRE VI. — **Comparaison sommaire du champ aérodynamique réel et du champ théorique de Joukowski**	86
Conclusions	97
ANNEXE. — **Tableaux numériques.**	100

NOTATIONS ADOPTÉES

H = Pression génératrice en mm. d'eau (ou kg./m²) transmise par un double tube étalon de Pitot, placé au droit de la section expérimentée, à 70 cm. environ du profil.

h_1 = Pression en mm. d'eau transmise par le tube de la sonde qui fait face au courant.

h_2 = Pression en mm. d'eau transmise par le tube de la sonde opposé au courant.

i^0, i^0_1, i^0_2 = Inclinaisons sur la direction générale du courant d'air de la corde de la face ventrale du profil.

β = Inclinaison de l'aile comptée à partir de la position de sustentation nulle.

α^0 = Inclinaison locale du filet sur la direction générale du courant non troublé.

$\alpha > 0$ Courant local ascendant.

$\alpha < 0$ Courant local descendant.

V_0 = Vitesse du courant non troublé en m./sec.

v = Vitesse locale du courant d'air.

INTRODUCTION

Considérons une veine fluide, homogène animée d'un mouvement rectiligne uniforme de vitesse V. En tous points de cette veine, la pression statique, ou force élastique du fluide, est constante et égale à P.

Lorsque l'on plonge dans une telle veine un corps en repos relatif par rapport au courant, on observe tout autour de ce corps une région troublée dans laquelle la vitesse et la pression statique cessent d'être uniformément réparties.

Cette région peut présenter deux régimes d'écoulement bien distincts. Dans le premier, la pression et la vitesse sont bien définies en chaque point de la région troublée, mais elles varient d'un point à l'autre; la trajectoire d'une molécule ne coupe aucune autre trajectoire de molécule, et tout se passe comme si l'air suivait alors une multitude de petits canaux rigides juxtaposés, mais séparés, constituant ce qu'on appelle des lignes de courant. *Pour matérialiser en quelque sorte ce mode d'écoulement, on lui a aussi donné le nom* d'écoulement par filets, *mais il est bien entendu qu'il ne faut voir là que des conventions de langage.*

Dans le deuxième régime, les phénomènes sont beaucoup plus complexes. Le mouvement cesse d'être permanent : en chaque point de la région troublée, la vitesse et la pression varient à chaque instant et l'on a fort bien caractérisé d'un mot cet écoulement qui paraît échapper à toute loi simple, en le qualifiant de turbulent.

Les recherches qui font l'objet de cette étude ne s'appliquent qu'aux écoulements par filets. *Bien que restreintes ainsi, elles sont néanmoins susceptibles de présenter un grand intérêt pratique. Ces écoulements, en effet, se produisent notamment autour des bonnes ailes d'avion, autour des carènes de vaisseaux ou de dirigeables lentement fuselées, dans les tuyères convergentes ou divergentes bien construites, autour des pales d'hélices propulsives et, d'une manière générale, autour des aubes de toutes les turbo-machines ayant un bon rendement.*

Toutes les expériences, dont nous allons rendre compte plus loin, ont été faites au Laboratoire Eiffel, rattaché depuis 1921 *au Service Technique et Industriel de l'Aéronautique.*

Je suis heureux d'adresser mes remerciements à MM. les Ingénieurs en Chef de l'Aéronautique Robert et Alayrac, Chefs du Service des Recherches et Expériences au S. T. I. Aé., qui m'ont accordé toutes les facilités pour mener ce travail à bonne fin.

Je remercie également les jeunes ingénieurs employés au Laboratoire Eiffel, MM. H. Landwerlin, G. Clavel et H. Laubeuf de l'assistance dévouée qu'il m'ont apportée pendant mes mesures.

A. LAPRESLE.

RÉSUMÉ DES CHAPITRES

CHAPITRE PREMIER

Dans ce chapitre, sont passées rapidement en revue les différentes théories permettant d'aboutir au tracé des lignes de courant : à savoir la théorie de Rankine et celle de Lamb-Joukowski.

Une deuxième partie est consacrée à l'examen des relations théoriques liant la pression d'un fluide en mouvement à la vitesse, dans le cas d'un fluide parfait (Bernoulli, etc.), et dans le cas d'un fluide visqueux (équations intrinsèques de M. M. Girault).

CHAPITRE II

On trouvera successivement dans ce chapitre :

a) L'exposé du principe de la méthode expérimentale donnant la pression et la vitesse en grandeur et direction, en un point quelconque du champ, et la discussion des causes d'erreurs provenant, en particulier, des inter-actions entre les appareils de mesure et la surface, erreurs que nous pensons avoir évitées par le contrôle des pressions locales sur la surface.

b) Les formules pratiques auxquelles aboutit la méthode choisie.

c) L'examen des propriétés des sondes aérodynamiques réalisées, les détails de réalisation de ces dernières et l'étude de leur emploi dans le courant d'air du Laboratoire.

CHAPITRE III

Ce chapitre est relatif au tracé du profil du modèle par la méthode de Trefftz (profil Joukowski). Il contient aussi tous les renseignements fournis par les essais usuels en Laboratoire sur les efforts totaux et les pressions locales.

CHAPITRE IV

Ce chapitre résume les résultats des essais effectués avec les sondes aérodynamiques. Pour l'exposé de ces résultats, nous avons partagé le champ en trois régions : champ à l'avant du profil, champ au-dessus et au-dessous, champ à l'arrière du profil.

Pour le champ à l'avant, les essais montrent que l'on peut considérer que le théorème de Bernoulli s'applique pratiquement.

Pour le champ au-dessus et au-dessous, la même conclusion se maintient dès qu'on s'écarte d'une surface Σ, distante de 5 à 25 mm. du profil. A l'intérieur de Σ, la loi de variation de la pression n'a pas pu être déterminée, mais on a vérifié que cette pression avait la même valeur sur Σ et sur le point correspondant de l'aile situé sur la normale au profil. Tout se passe donc comme si la pression n'éprouvait que des variations insignifiantes suivant une normale au profil, à l'intérieur de Σ, alors que les variations de vitesse doivent y être très importantes, étant donnée l'action du frottement.

Pour le champ à l'arrière, on retrouve partout, sauf dans une étroite région de sillage, l'écoulement satisfaisant à la loi de Bernoulli. Dans le sillage même, où les variations de vitesse observées sont très fortes, la pression reste invariable suivant la normale à la direction moyenne de l'écoulement.

Nous n'avons pas observé les mouvements ondulatoires connus sous le nom de tourbillons de Besnard-Karman.

Des diagrammes d'ensemble résument, pour les huit incidences d'essais, les résultats obtenus au point de vue des vitesses.

CHAPITRE V

Dans ce chapitre est envisagée l'application du théorème des quantités de mouvement à la région troublée dans le but de retrouver par ce procédé les composantes de sustentation et de traînée du profil.

Pour la sustentation, on arrive au résultat intéressant suivant :

Si l'on envisage une surface fluide de contrôle enveloppant le profil et dont les limites sont constituées à l'avant (et à l'arrière) par des plans normaux au courant général, situés à une distance du bord d'attaque (ou du bord de fuite) égale à la demi-profondeur L du profil, et au-dessus et au-dessous, par les lignes de courant passant par les points situés à une ordonnée $\pm \frac{L}{2}$ du plan limite avant, on arrive à la conclusion que dans la sustentation du profil la part qui revient aux variations des quantités de mouvement intéressées par cette surface de contrôle ne dépasse pas 1/3, les 2/3 restant étant dûs aux pressions qui s'exercent sur les limites constituées par les lignes de courant supérieure et inférieure.

Pour la résistance à l'avancement, si l'on envisage l'état du fluide à travers une section normale à la direction générale du courant et située à une distance en arrière du bord de fuite égale à la profondeur même du profil, on arrive à la conclusion que la part de l'énergie dissipée en chaleur ne représente pas encore la moitié de celle correspondant à la résistance à l'avancement, la différence étant sous forme cinétique de diminution de quantité de mouvement. La mesure, à distance finie en arrière du profil, de l'énergie perdue sous forme de chaleur ne pourrait donc pas suffire pratiquement à l'évaluation de la résistance à l'avancement.

CHAPITRE VI

Dans ce chapitre, nous avons comparé le champ théorique de Joukowski au champ réel pour trois incidences du profil.

Au-dessus du profil, le champ théorique donne des vitesses plus élevées que le champ réel, au-dessous du profil, c'est l'inverse qui a lieu. Les différences ne sont pas limitées à la zone en contact avec le profil, mais elles s'étendent à tout le champ en s'atténuant progressivement au fur et à mesure que l'on s'éloigne du profil.

En arrière du profil, la différence des deux champs ne porte que sur le sillage proprement dit.

CHAPITRE PREMIER

RAPPEL des ÉTUDES THÉORIQUES sur les LIGNES de COURANT

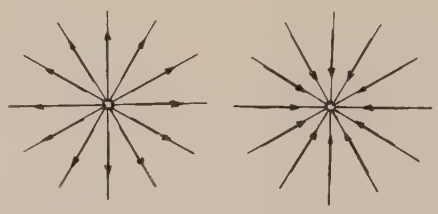
L'étude théorique complète du problème de l'écoulement des fluides autour d'un obstacle doit comprendre la détermination des lignes de courant et l'établissement de la loi reliant la forme des lignes de courant à la grandeur de la vitesse et de la pression.

I. — Lignes de courant.

Si l'on n'a pas encore résolu, d'une manière générale, le problème du tracé des lignes de courant autour d'un obstacle donné, on a, par contre, un nombre presque indéfini de solutions mathématiques convenant à des buts pratiques du problème inverse de la détermination de la surface résistante compatible avec un type de courants que l'on se fixe, *a priori*, étant entendu qu'il s'agit de fluides parfaits dépourvus de viscosité.

Les travaux originaux, à ce point de vue, ont été faits surtout par les savants anglais que cette question préoccupe depuis longtemps. En particulier, les travaux de Rankine, de Taylor, de lord Rayleigh, de Horace Lamb, etc., sont à la base de toutes les études théoriques actuelles sur cette question.

Rankine (1) a introduit les flux relatifs aux *sources* et aux *puisards* (sinks). Une source simple est la conception mathématique d'un point de l'espace d'où le fluide émerge radialement dans toutes les directions; le puisard est la conception inverse d'un point où le fluide s'engouffre dans toutes les directions (*fig.* 1). C'est un rôle analogue à celui que jouent dans le magnétisme les pôles + et — d'un aimant. L'intensité d'une source rayonnant du fluide dans l'espace est définie par la considération suivante. D'après le principe de continuité, la quantité de fluide qui traverse dans l'unité de temps des sphères de différents rayons ayant la source comme centre, doit rester constante. Il faut, pour cela, que les vitesses radiales soient inversement proportionnelles au carré de la distance. Cette condition sera satisfaite si l'on prend pour expression du potentiel Φ de la source :



(Fig. 1) SOURCE ET PUISARD

$$\Phi = \mp \frac{m}{r}$$

En effet, la vitesse suivant le rayon sera alors donnée par :

$$\frac{d\Phi}{dr} = \pm \frac{m}{r^2}$$

de sorte que la quantité de fluide qui sortira d'une telle source dans l'unité de temps (flux) sera :

$$4\pi r^2 \times \left(\pm \frac{m}{r^2}\right) = \pm 4\pi m = \text{Cte.}$$

(1) W. J. M. Rankine. — *On plane-water lines*, Phil. Trans. 1864.

Le facteur m caractérisera l'intensité de la source ou du puisard.

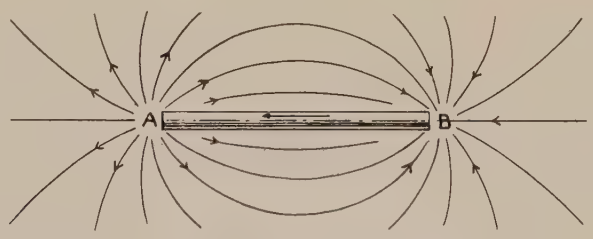
S'il y a un certain nombre de sources et de puisards dans le fluide, le potentiel de vitesse en un point quelconque sera :

$$\Phi = \frac{m}{r} \pm \frac{m'}{r'} \pm \frac{m''}{r''} \pm \ldots\ldots$$

et la vitesse en ce point sera la résultante des vitesses dues aux sources et aux puisards pris individuellement. Pour un phénomène plan, les considérations sont les mêmes; il suffit de choisir comme potentiel Φ une fonction dont la dérivée soit proportionnelle à $\frac{1}{r}$ pour que le principe de continuité soit satisfait relativement aux sections circulaires concentriques à la source, c'est-à-dire que Φ sera de la forme :

$$\Phi = \log . \frac{r}{m}.$$

Une source double est une source et un puisard séparés par une distance très petite δs, mais possédant chacun une intensité $\pm m$ suffisamment grande pour que le produit $m \delta s$ soit fini. De même, on peut imaginer des sources élémentaires réparties d'une façon continue le long d'une droite, par exemple, et ayant des intensités constantes ou des intensités variant suivant une loi que l'on se fixe, *a priori*, telles que des intensités proportionnelles à la distance de la source à un point origine pris sur la droite, etc. La seule condition à respecter pour obtenir une surface finie est celle de la conservation des masses : elle exige que tout le fluide émané des sources soit absorbé par les puisards. La *figure* 2, extraite de l'ouvrage de



(Fig. 2)

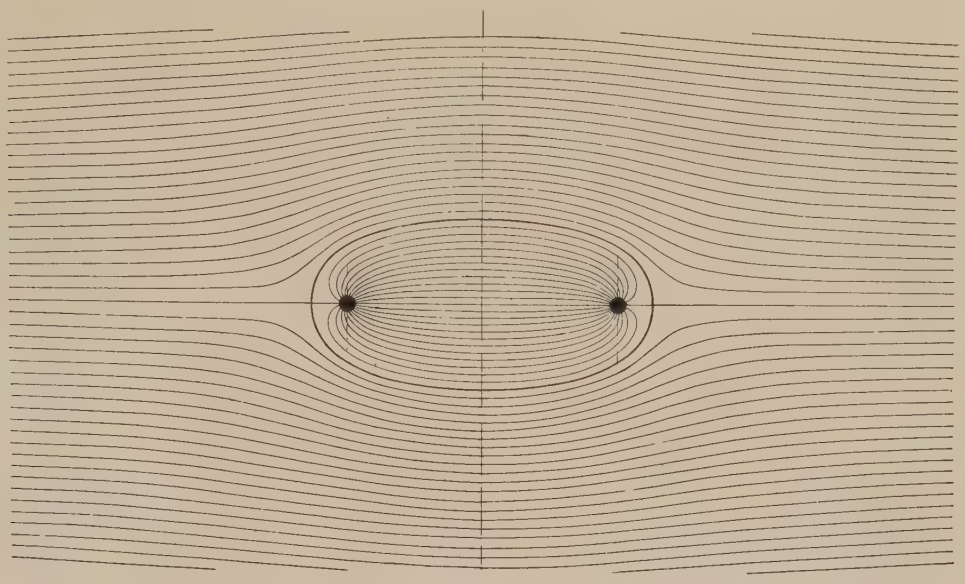
REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE DU FONCTIONNEMENT D'UN ENSEMBLE SOURCE ET PUISARD

Lanchester « Aerodynamics », montre comment on pourrait se représenter physiquement un tel système par un tube à travers lequel le fluide serait pompé de telle manière qu'il y pénétrerait en B et en émergerait en A. L'intérêt de ces considérations réside dans la proposition suivante de Rankine : *l'introduction d'un tel système de sources et de puisards dans un courant rectiligne, uniforme et indéfini a pour résultats de renfermer les courants produits par les sources dans une surface de révolution* Σ *autour de laquelle le courant indéfini s'écoule comme autour d'un corps solide. On peut donc, sans rien changer aux courants extérieurs, solidifier* Σ *et supposer que les courants intérieurs sont remplacés par le corps solide ainsi obtenu.* La forme de Σ ne peut pas être prévue d'avance, mais en faisant varier le rapport des intensités des deux espèces de courants intérieurs et extérieurs, on obtient des corps plus ou moins allongés. Si $\Phi = V_0 x$ représente le potentiel du courant indéfini uniforme, parallèle à l'axe des x, le courant résultant de la superposition du courant indéfini à celui dû au système de sources et de puisards répartis le long de l'axe des x, aura comme potentiel :

$$\Phi = V_0 x + \frac{m}{r}.$$

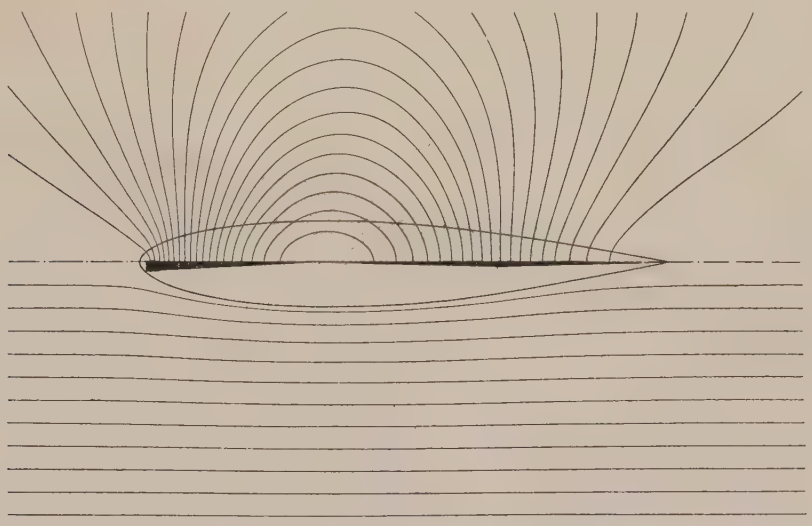
Les corps Σ seront d'autant plus allongés que le rapport $\frac{V_0}{m}$ sera plus grand.

De cette manière, Rankine, et plus tard Taylor (1) purent obtenir des lignes de courant mathématiques applicables à des formes de carènes de bateaux. Plus récemment, Fuhrmann (2) dans une thèse de doctorat très remarquée appliqua la même méthode à la



(Fig. 3) CORPS SYMÉTRIQUE DE RANKINE

détermination des carènes de dirigeables. Comme les carènes n'ont pas l'avant et l'arrière symétriques, Fuhrmann imagina pour obtenir ce résultat, de répartir sources et puisards d'une manière continue avec des intensités locales variant suivant une loi linéaire.



(Fig. 4) CORPS FUSELÉ DE FUHRMANN

La *figure* 4 ci-dessus, extraite du mémoire de Fuhrmann, donne la forme d'une carène correspondant à un rapport :

$$\frac{V_0}{m} = 60 \text{ cm}^2.$$

(1) TAYLOR. — *Trans. Inst. Naval architects* (1894-1895).

(2) FUHRMANN. — *Theorische u. Experimentelle Untersuchungen an Ballonmodellen, Springer Berlin,* 1912.

Les lignes de courant correspondant aux seuls sources et puisards sont représentées au-dessus de l'axe du ballon et celles résultant de l'introduction du courant uniforme, au-dessous de l'axe.

Les aires hachurées, dessinées au-dessous de l'axe, représentant par leurs ordonnées les intensités locales de la source ou du puisard.

L'application de la théorie de Rankine conduit à des formes de corps résistant ayant un axe de révolution parallèle à la direction du mouvement de translation générale, et qui ne peuvent donner naissance, en conséquence, à aucune réaction aérodynamique normale à la direction du courant, c'est-à-dire à aucune sustentation.

Pour obtenir des lignes de courant capables de contourner un obstacle, une aile d'avion par exemple, en donnant une sustentation, il faut introduire dans l'écoulement une dissymétrie telle que le champ des lignes de courant relatif au-dessus de l'aile soit différent de celui relatif au-dessous.

A la base des travaux très importants qui ont été faits dans cet ordre d'idées, il faut sans aucun doute placer le cas traité par Horace Lamb (1) d'un cylindre circulaire de longueur indéfinie, avançant d'un mouvement, qui n'est pas nécessairement uniforme, dans un champ aérodynamique cyclique.

Lamb désigne, sous ce nom, un écoulement irrotationnel suivant des trajectoires circulaires concentriques à l'axe du cylindre et tel que la vitesse du fluide v suivant une trajectoire circulaire quelconque de rayon r varie en raison inverse du rayon :

$$v = \pm \frac{c}{r}.$$

Ce mouvement admet comme potentiel de vitesse la fonction Φ qui, en coordonnées polaires, s'écrit : $\Phi = \pm c\,\theta$.

Le produit $2\pi r v$ de la vitesse le long d'un cercle par la circonférence de ce cercle est appelé *circulation*. On le représente souvent par la lettre I. On a :

$$\mathrm{I} = 2\pi r \,.\, v = \pm 2\,\pi \,.\, r \,.\, \frac{c}{r} = \pm 2\pi \,.\, c = \mathrm{Cte}.$$

Cet écoulement est donc caractérisé par une circulation constante autour du cylindre (*fig.* 5).

D'autre part, l'écoulement symétrique dû au mouvement de translation uniforme, si on le rapporte au cylindre, admet comme potentiel Φ , la fonction de Laplace :

$$\Phi = -\,\mathrm{V}_0 \left(r + \frac{a^2}{r}\right) \cos\theta$$

a étant le rayon du cylindre.

Ce potentiel donne comme vitesses v_r et v_s suivant le rayon vecteur et sa normale :

$$v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} = -\,\mathrm{V}_0 \cos\theta \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)$$

$$v_s = \frac{\partial \Phi}{\partial s} = \frac{\partial \Phi}{r\,\partial \theta} = \mathrm{V}_0 \sin\theta \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right).$$

Pour tous les points de la surface du cylindre $(r = a)$, on a :

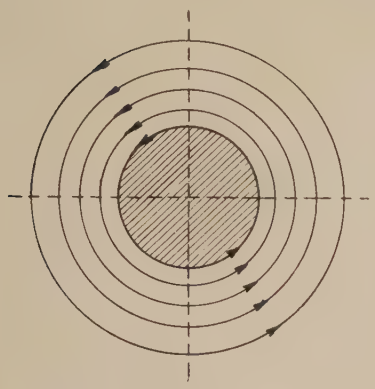
$$\mathrm{V}_r = 0 \qquad\qquad \mathrm{V}_s = 2\,\mathrm{V}_0 \sin\theta.$$

Cet écoulement est représenté par la *figure* 6.

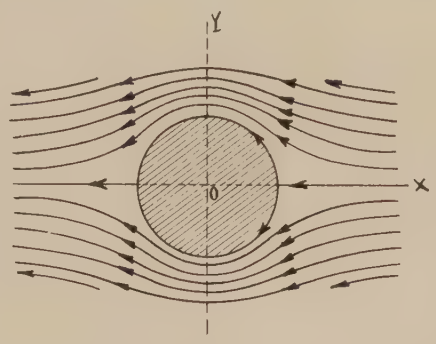
---

(1) H. Lamb. — *Hydrodynamics.*

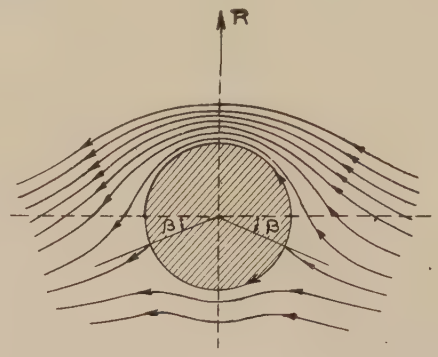
L'écoulement résultant de la superposition des courants des *figures* 5 et 6 est représenté *figure* 7. On voit que les lignes de courant sont déplacées normalement à la direction générale du courant de translation; la conséquence en est que le cylindre subit une force aérodynamique R dirigée dans le sens même de ce déplacement. Le courant résultant



(Fig. 5)



(Fig. 6)



(Fig. 7)

possède aussi, comme on le voit, une symétrie simple entraînant une résistance à l'avancement nulle.

En deux points de la périphérie du cylindre, cette vitesse résultante est nulle. Ces points de stagnation sont déterminés par :

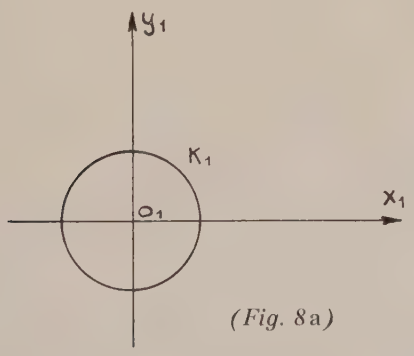
$$\sin \beta = \frac{v}{2\,V_0} = \pm \frac{c}{2a\,V_0} = \pm \frac{I}{4\pi a\,.\,V_0}.$$

H. Lamb, qui décrit tous ces faits, a complété l'étude de cette question en calculant la valeur de la résistance. En se bornant au cas où la vitesse de translation V_0 est uniforme, les formules de Lamb s'écrivent simplement :

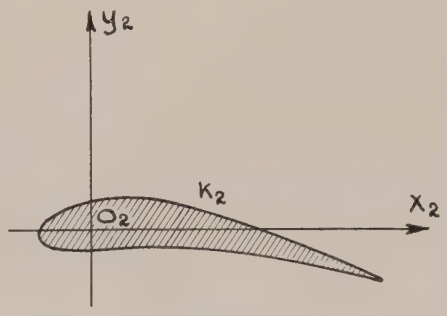
$$R = \rho\,.\,2\pi\,c\,V_0 = \rho\,.\,I\,.\,V_0$$

où ρ est la masse spécifique du fluide.

On voit donc déjà apparaître dans le cas traité par Lamb le fait capital de la proportionnalité de la résistance R au produit de la circulation par la vitesse à l'infini du courant de translation. On sait que depuis, Kutta, en 1902, démontra la même proposition pour le cas particulier d'un arc de cercle dont la corde est parallèle au vent et que Joukowski, en 1905, l'étendit à tous les profils sustentateurs.



(Fig. 8a)



(Fig. 8b)

L'intérêt de la considération de l'écoulement autour d'un cercle vient de ce que, par *représentation conforme*, on peut, à l'aide d'une fonction de transformation $Z = f(z)$ reliant les points $z\ (x_1, iy_1)$ du plan du cercle aux points $Z\ (x_2, iy_2)$ du plan du profil, déformer un cercle K_1 (*fig.* 8), de manière qu'il se présente comme un profil K_2 comparable, si on le désire, aux profils des voilures sustentatrices utilisées en aviation. Dans ces

conditions, le réseau quadratique des lignes de courant et des lignes équipotentielles autour du cercle primitif se déformera aussi d'une façon continue en restant quadratique (puisque la représentation conforme conserve les angles) et représentera le nouveau courant autour du nouveau contour. De plus, la circulation de vitesse dans le courant transformé sera la même que dans le courant primitif.

D'après le théorème de Riemann, la fonction $Z = f(z)$ renferme trois constantes arbitraires. Joukowski a le premier donné une solution générale et bien définie, en astreignant les deux courants, primitif et transformé, à se superposer en direction à l'infini et un point de K_2 à correspondre à un point déterminé de K_1 (1).

Examinons tout d'abord comment se traduit la première de ces deux conditions. Entre la vitesse V_c en un point du plan du cercle et la vitesse V_p au point correspondant du plan du profil existe, en général, la relation :

$$V_p = V_c \cdot \frac{dz}{dZ}$$

A l'infini, comme les courants doivent se superposer en direction, la dérivée $\frac{dz}{dZ}$ est nécessairement de la forme :

$$\frac{dz}{dZ} = m$$

m étant une *constante réelle définie.*

Ainsi, par exemple, pour la fonction choisie par Joukowski

$$Z = \frac{1}{2}\left(z + \frac{a^2}{z}\right)$$

on a l'infini :

$$\frac{dz}{dZ} = 2$$

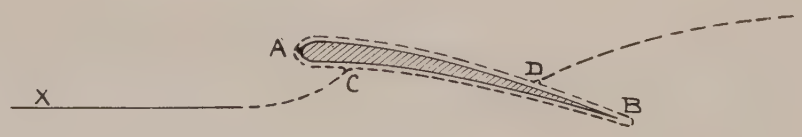
et

$$V_{p.\infty} = 2\, V_{c.\infty}.$$

Ce résultat est important à retenir, en particulier, pour le calcul de la sustentation d'un profil. Il provient de ce que pour les points infiniment éloignés, la fonction de représentation de Joukowski donne, par la présence du facteur 1/2, des lignes équipotentielles ou des lignes de courant deux fois plus rapprochées dans le plan du profil que le sont les lignes correspondantes dans le plan du cercle.

Le rapport $\frac{dZ}{dz}$, variable d'un point à l'autre, est souvent appelé l'*échelle de la transformation* en un point donné.

Dans l'application de la méthode, on rencontre la difficulté suivante : le courant général étant supposé venir de la direction X (*fig.* 9), une des lignes de courant vient frapper le



(Fig. 9)

profil en C, où la vitesse devient nulle, ce point correspondant au point de stagnation avant sur le cercle dont il est question plus haut dans l'exposé du cas traité par H. Lamb. Cette ligne de courant se divise ensuite en deux, une partie contournant A pour suivre le

(1) Voir Maurice Roy. — *Aérophile* N° 15, 1922.

dos du profil jusqu'en D , alors que l'autre partie contourne B , et remonte ensuite jusqu'en D également, le point D de vitesse nulle correspondant au point de stagnation arrière de l'écoulement sur le cercle. Dans ces conditions, on trouve en A et en B des vitesses excessivement grandes et qui tendent même à devenir infinies, si les arêtes A et B sont trop aiguës, car on a alors $dZ = 0$ et la formule

$$V_p = V_c \frac{dz}{dZ}$$

donne, dans ces conditions :

$$V_p = \infty.$$

C'est à surmonter cette difficulté que se sont attachés les savants qui se sont occupés dans ces dernières années de cette question. Il ne peut être question ici d'exposer le détail de leurs travaux, mais nous pensons qu'il est néanmoins intéressant de résumer dans l'ordre chronologique les idées qui leur ont permis de serrer de plus en plus près la question.

En 1902, Kutta (1) fit paraître un mémoire relatif à la sustentation des voilures minces en arc de cercle, d'allongement indéfini avant leur corde parallèle à la direction générale du courant de translation.

Dans ce mémoire, Kutta adopte autour du cercle primitif un écoulement comportant, en particulier, le potentiel cyclique de Lamb (circulation constante). Comme courant de translation à potentiel doublement symétrique autour du cercle, Kutta suppose deux courants venant de l'infini dans deux directions perpendiculaires l'une à l'autre. En faisant varier l'intensité relative de ces deux courants, Kutta faisait varier l'inclinaison générale par rapport à la corde de l'arc de cercle du courant transformé. Il lui restait, comme variable dont il pouvait disposer, l'intensité du courant de circulation et en agissant sur cette intensité; il pensait pouvoir déplacer à la fois le point C de la *figure* 9 vers le point A , et le point D vers le point B pour éviter des vitesses trop exagérées. Kutta vérifia alors qu'il est toujours possible de trouver un mouvement cyclique qui amène le point D en B , mais on ne peut amener simultanément le point C en A que lorsque la corde de l'arc de cercle est parallèle à la direction générale du courant d'air.

Dans ce cas particulier, l'arc de cercle donne une sustentation sans traînée, comme c'est le cas pour le cylindre de Lamb et la sustentation obtenue s'exprime aussi par :

$$R = \rho \, . \, I \, . \, V_0$$

I étant la circulation autour du cercle O , Kutta a aussi exprimé cette portance par

$$R = 4\pi \rho \, . \, a \sin^2 \frac{\alpha}{2} \, . \, V^2$$

2α étant l'angle au centre de l'arc de cercle.

On peut diminuer la vitesse en A due à la déviation trop brutale du courant d'air en arrondissant cette extrémité. Ainsi, en 1910, Tchapliguine montra que pour des profils tels que celui représenté *figure* 10, on pouvait, dans de certaines limites, donner de l'incidence à la corde tout en évitant les vitesses exagérées à l'avant et à l'arrière.

(Fig. 10)
PROFIL TCHAPLIGUINE

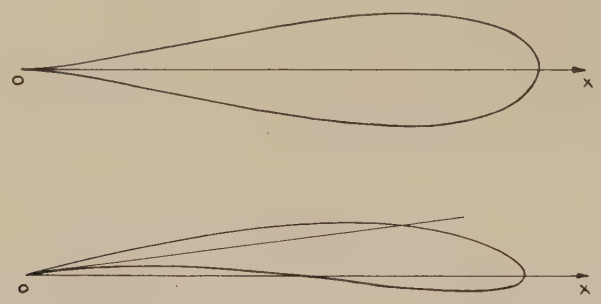
Enfin, en 1910 également, Joukowski (2), dans un mémoire relatif aux *soletions géométriques du problème de Kutta*, donna deux contours en forme d'aile, arrondis à l'avant et caractérisés par la tangence, au bord de sortie, des deux faces de l'aile, pour lesquels on trouve un écou-

(1) Kutta. — *Illustrierte Aeronautische Mitteilungen 1902*, page 133.

(2) Joukowski. — *Geometrische Untersuchungen der Kuttaschen Stromungen* (Société de physique de Moscou, 1910) et *Aérodynamique*, Paris 1916, Gauthier-Villars. (Traduction de Drzewiecki).

lement à vitesses finies. L'un de ces contours est à profil symétrique, et l'autre présente à la fois de la courbure et de l'épaisseur (*fig.* 11).

Comme écoulement type autour du cercle, Joukowski donne *en exemple* celui résultant de la superposition du courant symétrique et du courant cyclique de Lamb en assimilant



(*Fig. 11*) PROFILS JOUKOWSKI

ce dernier au champ de vitesse d'un tourbillon de même axe que le cylindre de section circulaire. Il pose pour expression du potentiel symétrique :

$$\Phi_1 = -V_0 \cos\theta \left(r + \frac{a^2}{r}\right)$$

et comme expression du tourbillon :

$$\Phi_2 = -\frac{K\theta}{\pi}$$

d'où une vitesse de circulation :

$$v_s = \frac{\partial \Phi_2}{r\,d\theta} = -\frac{K}{\pi} \cdot \frac{1}{r}$$

et une circulation I :

$$I = 2\pi r \,.\, v_s = -2K.$$

Le signe — dans la formule de v_s vient de ce que Joukowski considère un tourbillon tournant dans le sens des aiguilles d'une montre, sens opposé à celui de l'accroissement des angles θ.

Le potentiel résultant est :

$$\Phi = -V_0 \cos\theta \left(r + \frac{a^2}{r}\right) - \frac{K\theta}{\pi}.$$

Il donne comme vitesse V_c sur le cercle :

$$V_c = \frac{\partial \Phi}{\partial s}_{(r=a)} = 2V_0 \sin\theta - \frac{1}{a}\frac{K}{\pi}.$$

Les points de vitesse nulle sont donc définis par :

$$\sin\beta = \frac{K}{2\pi V_0 a} = \frac{-I}{4\pi V_0 a}.$$

Telles sont les formules fondamentales de l'exemple choisi par Joukowski.

Dans la transformation du cercle en profil, le professeur Joukowski fixe la correspondance de l'arête de sortie du profil avec le point arrière de vitesse nulle sur le cercle. Il

évite ainsi la vitesse infinie pour le profil et, de plus, il fixe sans ambiguïté la valeur de la sustentation de ce dernier.

En effet, si l'on se donne β, on se fixe par là même la grandeur de I pour une vitesse V_0 à l'infini dans le plan du cercle et, par suite, la sustentation $R = \rho I V'_0$ du profil, puisque la représentation conforme laisse inchangée la circulation autour du cercle et autour du profil. Etant donné le choix de la fonction de représentation de Joukowski, on a entre les vitesses à l'infini V'_0 et V_0 dans le plan du profil et dans celui du cercle :

$$V'_0 = 2\, V_0.$$

Par conséquent, la circulation autour du profil s'exprimera par :

$$I = 2\pi\, V'_0\, a\, .\, \sin\beta.$$

On aura donc finalement pour la sustentation du profil :

$$R = 2\pi\, .\, \rho\, .\, a \sin\beta\, V'^2_0.$$

Outre que la fonction de transformation apporte une solution générale au problème posé, elle a l'avantage d'être d'une application beaucoup plus commode que la fonction de Kutta ou celle de Tchapliguine.

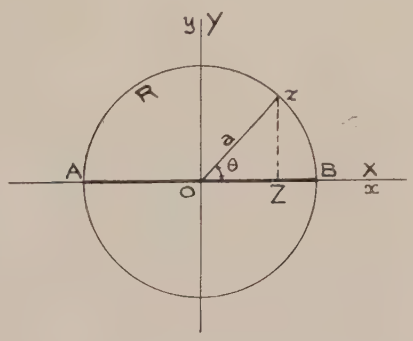
Si nous désignons par $z\ (x, iy)$ les points du plan du cercle et par $Z\ (X, iY)$ les points du plan du profil, cette fonction s'écrira :

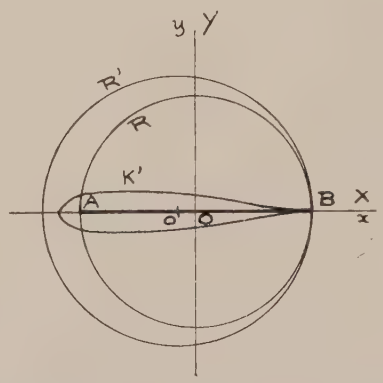
$$Z = \frac{1}{2}\left(z + \frac{a^2}{z}\right).$$

Nous allons en deux mots indiquer comment on peut tirer toute une variété de profils de cette fonction de transformation (1).

1° Si l'on applique la transformation à un cercle R de rayon a ayant son centre à l'origine des coordonnées, on obtient comme profil transformé la droite constituée par le diamètre AB du cercle, parcourue deux fois (*fig.* 12).

(Fig. 12)
TRANSFORMATION D'UN CERCLE EN UNE DROITE





(Fig. 13)
TRANSFORMATION D'UN CERCLE EN UN PROFIL SYMÉTRIQUE PISCIFORME

En effet, Z correspond à la projection même de z sur le diamètre confondu avec OX, car si l'on suppose superposés les plans Z et z, on pourra écrire :

$$z = a\, e^{\theta i} \qquad\qquad Z = a \cos\theta$$

En ajoutant à la première expression l'identité :

$$\frac{a^2}{z} = a\, e^{-\theta i}.$$

(1) Pour le détail, on pourra consulter, par exemple : GRAMMEL. — *Die Hydrodynamischen Grundlagen des Fluges* (Vieweg, Braunschweig, 1917).

Il vient :

$$z + \frac{a^2}{z} = a\,(e^{\theta i} + e^{-\theta i}) = 2\,a \cos\theta = 2\,Z.$$

2° En appliquant la même transformation non plus au cercle R de rayon a, mais à un cercle R′ de rayon $a' > a$, et ayant son centre au point O′ $(-\varepsilon a)$ de l'axe OX (voir *fig.* 13) et tel qu'il soit tangent en R au point B, on conçoit bien que pendant que le cercle R se transformera comme nous venons de le voir dans le diamètre AB, le cercle R′ qui enveloppe R se transformera en une courbe pisciforme K′ enveloppant AB et tangente à AB en B, puisque les deux cercles sont tangents l'un à l'autre en ce point.

3° En appliquant la transformation à un cercle R de rayon a, mais ayant son centre M sur l'axe Oy, à une distance $y = if$ de l'origine, on peut démontrer que le cercle R se transformera en un arc de cercle passant par les trois points AMB et de rayon

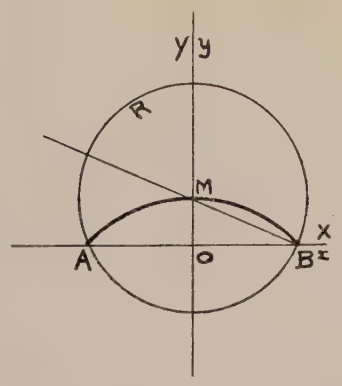
$$r = \frac{a^2 + f^2}{2\,f}$$

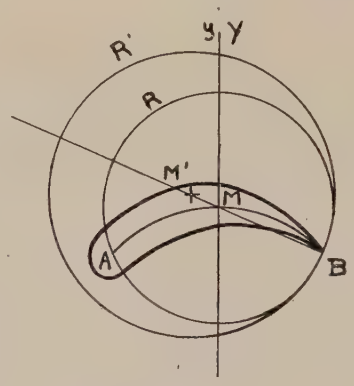
(*fig.* 14). L'axe de portance nulle sera la droite BM.

4° Enfin, en appliquant la même transformation à un cercle ayant son centre M′ en un point $(-\varepsilon a,\ if\ (1 + \varepsilon))$ de la droite BM de la figure précédente, tangent en B

(*Fig. 14*)

TRANSFORMATION D'UN CERCLE EN UN ARC DE CERCLE





(*Fig. 15*)

TRANSFORMATION D'UN CERCLE EN UN PROFIL JOUKOWSKI EN AILE D'OISEAU

au cercle R de centre M, on obtiendra (*fig.* 15) au lieu de l'arc de cercle AMB, le profil Joukowski, bien connu, en forme d'aile d'oiseau dont les contours supérieur et inférieur sont tangents en B à l'arc de cercle AMB, et dont l'extrémité arrondie enveloppera le point A.

On conçoit donc qu'en modifiant plus ou moins la position des centres des cercles, on puisse obtenir une variété indéfinie de profils différant entre eux par l'épaisseur, la courbure, la forme générale, mais présentant tous un bord avant arrondi et un bord de fuite très effilé.

La théorie de Joukowski a donné lieu, en Allemagne principalement, à de nombreux travaux, qu'il ne peut être question de résumer ici, et qui portent surtout sur les propriétés géométriques et aérodynamiques des profils, sur la possibilité de donner à ces derniers un bord de sortie plus épais, etc.

Nous nous sommes étendus un peu longuement sur cette méthode parce qu'elle a conduit à des formes qui ont présenté des propriétés aérodynamiques remarquables lorsquelles furent soumises aux essais de Laboratoire. Les pressions locales mesurées en divers points ont même allure que celles déduites de l'écoulement théorique. De même, les sustentations totales se rapprochent un peu des sustentations théoriques et c'est pour le moins curieux qu'un écoulement déduit par voie purement mathématique d'un écoulement idéal autour d'un cercle présente finalement presque tous les caractères de l'écoulement d'un fluide naturel autour d'un profil transformé du cercle. Nous pensons que cette coïncidence est due au fait que la

théorie de Joukowski repose sur l'existence d'une circulation de vitesse. Diré que la circulation est différente de zéro, revient à dire que les vitesses qui règnent sur le dos du profil sont différentes de celles qui règnent dessous, ce qui se présente effectivement dans la réalité, comme on le sait, et comme nous le verrons, en particulier, dans le Chapitre IV.

La divergence entre la théorie et la réalité se manifeste surtout dans la grandeur de la circulation théorique qui est plus élevée que celle de la circulation réelle pour une incidence β donnée.

Comme conséquence, la sustentation calculée est plus forte que la sustentation déduite de mesures directes. Pour le profil que nous avons utilisé dans nos essais, on a en moyenne :

$$\frac{Cz \text{ réel}}{Cz \text{ théor}} = 0{,}65.$$

Remarque I. — Le chiffre ci-dessus peut être modifié sensiblement, dans un sens favorable à la théorie, si l'on tient compte de *l'angle induit* de Prandtl (voir p. 90).

Cette remarque est encore valable pour les comparaisons des pressions locales de la *figure* 20.

Remarque II. — Pour diminuer l'écart entre la théorie et la réalité, on a imaginé ces dernières années de choisir comme point de départ un écoulement autour du cercle différent de celui proposé en exemple par Joukowski.

Ainsi, le professeur Witoszynski (1), de l'Université de Varsovie, propose comme fonction représentant la vitesse le long du cercle :

$$V_c = -2\,V_0 \left[\sin\theta + \frac{\sin\beta}{1 + \cos\frac{\theta - \beta}{2}} \right]$$

$\pi + \beta$ étant l'argument du point de stagnation arrière et θ celui des divers points du cercle.

Chez nous, M. Dupont (2), Ingénieur de l'Aéronautique, a proposé une fonction qui peut finalement s'écrire :

$$V_c = -2\,V_0 \left[\sin\theta + \sin\beta\,\frac{1.042 - 0{,}410\cos\beta}{1.042 + 0{,}410\cos\beta} \right]$$

Le courant de circulation étant dû à l'action de deux tourbillons conjugués par rapport au cercle.

Ces deux dernières fonctions amènent à des pressions locales sur les profils transformés qui sont en accord suffisant avec la réalité pour convenir aux applications qui intéressent les ingénieurs.

Nous bornerons à ces remarques la revue des principales théories qui aboutissent à la détermination des lignes de courant n'ayant eu d'autre but que d'en exposer la genèse et les grandes lignes directrices, sans entrer dans leurs développements mathématiques qui nous entraîneraient hors du but de l'étude, avant tout expérimentale, que nous présentons. Nous ferons, au Chapitre VI, une application de la méthode de Joukowski, en particulier, qui montrera au lecteur quel parti on peut tirer de cette théorie. Mais, nous ne voulons pas abandonner le sujet du tracé des lignes de courant sans dire quelques mots des photographies des filets qui en sont une illustration type.

---

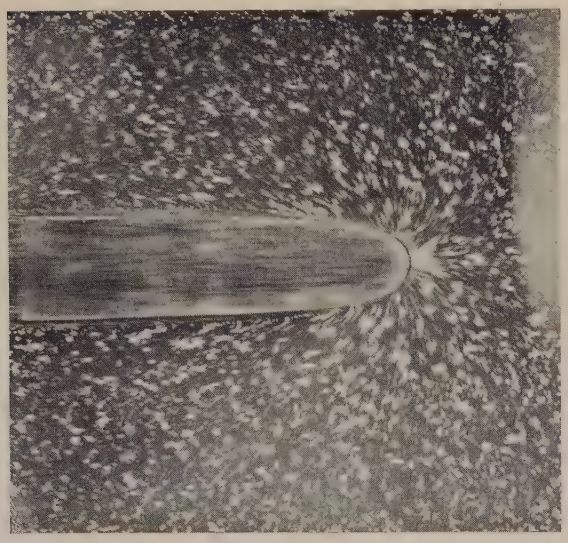
(1) Witoszynski. — *La mécanique des profils d'aviation*, Librairie Aéronautique, Paris, 1924 et Congrès de Delft, 1924.

(2) Dupont. — *Compte rendus de l'Académie des Sciences*, 31 janvier 1927, T. 184, p. 274.

Il y a longtemps que l'on possède des lignes de courant dans l'eau. On en trouvera de beaux exemples dans l'ouvrage de Bairstow [1] où sont reproduites, entre autres, les photographies du professeur Hele-Shaw et où sont bien détaillés les mouvements quelquefois alternés, mais souvent désordonnés des particules fluides. Nous citerons aussi les spectres aérodynamiques de M. Riabouchinski. Récemment, cette question a été reprise au Laboratoire de Delft et en France notamment par MM. Camichel, d'une part, et Toussaint et Carafoli, d'autre part.

Les photographies des lignes de courant dans l'air lui-même sont plus rares. Si on laisse de côté les travaux accomplis en vue de la mise en évidence des ondes de choc des projectiles, qui constituent un phénomène physique distinct de ceux dont nous nous occupons, il reste à notre connaissance les photographies de fumées obtenues, il y a quelque vingt ans, par M. Coanda; celles plus récentes du Laboratoire de Göttingen à l'aide de vapeur de chlorure d'ammonium et, enfin, les magnifiques vues cinématographiques que le professeur Tanakadate, de l'Université de Tokio, a présentées en France en 1926.

De notre côté, nous sommes arrivés au Laboratoire Eiffel à rendre visibles, jusqu'aux vitesses de 20 m./sec. environ, les lignes de courant autour de maquettes ordinaires, en projetant simplement sur un mur de la chambre d'expériences du Laboratoire, l'ombre d'un profil de surface, éclairé par un arc latéral éloigné de 8 mètres environ et en utilisant une émission de gaz chauds (provenant de la combustion dans le courant d'une flamme de gaz d'éclairage) produisant une nappe mince dans le plan de la section médiane du profil; la différence d'indices de réfraction entre les gaz chauds de la nappe et l'air plus froid du courant général, fait que la trace des filets fluides apparaît sur le mur éclairé.



(Fig. 16 a*)*

(Fig. 16 b*)*

Cette question est d'ailleurs à l'ordre du jour dans tous les Laboratoires, et nous pensons pouvoir marquer sous peu un progrès dans son développement.

Nous reproduisons seulement deux photographies qui ont été obtenues à Delft et qui montrent quelles apparences différentes peut avoir un même phénomène, suivant le mouvement relatif de l'observateur, du modèle ou du fluide.

La *figure* 16 *a* représente les trajectoires fluides autour d'un corps allongé avançant en eau calme avec une vitesse V .

La *figure* 16 *b* représente le même phénomène autour du même corps, fixe cette fois, mais placé dans un courant de vitesse générale V .

---

(1) Bairstow. — *Applied Aerodynamics*, chapitre VII.

En réalité, la différence des apparences vient de ce que l'observateur est en repos par rapport à l'ensemble du fluide dans le premier cas et en repos par rapport au corps dans le deuxième.

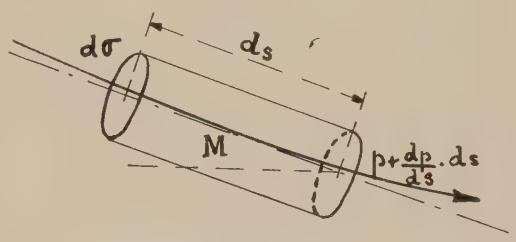
Pour obtenir l'apparence de la *figure* 16 *b* connaissant celle de la *figure* 16 *a*, il suffit d'ajouter à toutes les vitesses de la *figure* 16 *a* un vecteur parallèle et égal à la vitesse V du courant de translation. Par analogie avec les phénomènes magnétiques, le professeur Ahlborn, qui attira le premier l'attention sur ces apparences distinctes, appelle *lignes de force* le type de la *figure* 16 *a* et *lignes de courant* celui de la *figure* 16 *b*.

II. — Relations entre la pression, la vitesse et la forme des lignes de courant.

1° Gaz parfaits. — a) *Mouvements le long de la trajectoire.* — Isolons par la pensée dans la masse fluide en mouvement un petit cylindre de longueur ds, dont l'axe est parallèle à la vitesse V de l'écoulement au point où il est placé *(fig. 17)*.

Soit δ le poids spécifique du fluide, la masse du petit cylindre sera :

$$dm = \frac{\delta}{g} \cdot d\sigma \cdot ds.$$



(Fig. 17)

Sur ce petit cylindre, agissent les forces suivantes :

1° Une différence de pression entre les extrémités d'amont et d'aval du cylindre. Si p est la pression à l'amont, elle sera

$$p + \frac{\partial p}{\partial s} ds$$

à l'aval et, de ce fait, le cylindre éprouvera dans le sens de la trajectoire une force exprimée par :

$$p\, d\sigma - \left(p + \frac{\partial p}{\partial s} ds\right) d\sigma = - \frac{\partial p}{\partial s} \cdot d\sigma \cdot ds.$$

2° Dans le cas où l'on néglige le frottement, les pressions latérales sont normales à l'axe, et n'interviennent pas, en conséquence, dans la loi du mouvement le long de la trajectoire.

3° D'autre part, pour les fluides tels que l'air, d'une faible densité, la pesanteur est négligeable, comme l'on sait vis-à-vis des forces de pression sur les sections extrêmes du cylindre.

La loi du mouvement $\left(m \frac{dV}{dt} = F\right)$ s'exprimera finalement par :

$$\frac{\delta}{g} d\sigma \cdot ds \cdot \frac{dV}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial s} \cdot d\sigma \cdot ds$$

ou simplement :

$$\frac{\delta}{g} \frac{dV}{dt} = - \frac{\partial p}{\partial s}.$$

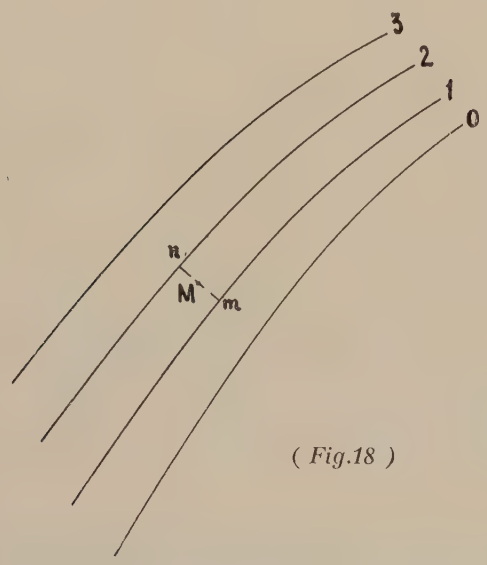
Mais, on a, en général :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial s} \cdot \frac{ds}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial s}.$$

Comme nous nous plaçons uniquement dans le cas du mouvement permanent, la variation locale $\frac{\partial V}{\partial t}$ est nulle et il reste :

$$\frac{\delta}{g} \cdot \frac{dV}{dt} = \frac{\delta}{g} V \frac{\partial V}{\partial s} = - \frac{\partial p}{\partial s}$$

ou en passant aux grandeurs finies, dans l'hypothèse vérifiée ici d'une différence de pression $p_0 - p$ suffisamment faible pour qu'on soit en droit de considérer le fluide comme pratiquement incompressible :



(*Fig.18*)

$$\frac{\delta}{2g} (V^2 - V^2_0) = p_0 - p$$

expression que l'on peut écrire aussi :

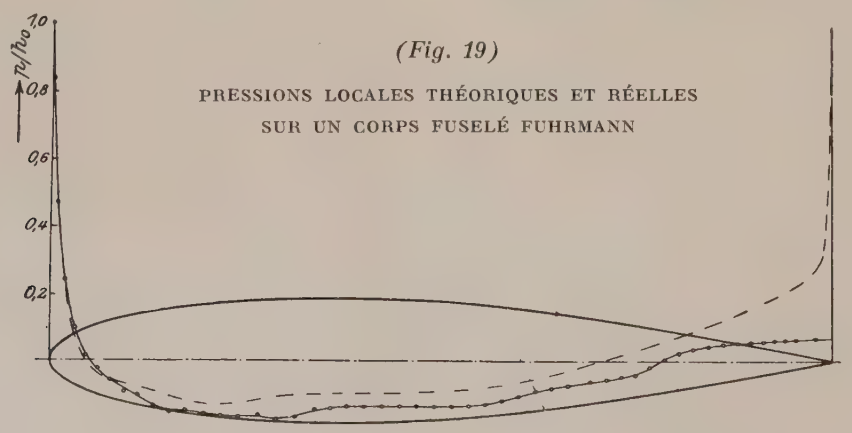
$$p_0 + \frac{\delta V_0^2}{2g} = p + \frac{\delta V^2}{2g}.$$

C'est l'expression bien connue de la *loi de Bernouilli.*

C'est d'après cette équation que l'on peut déterminer les pressions locales dans l'étendue du champ troublé autour d'un obstacle. La méthode en est simple. On trace dans le champ des lignes équipotentielles *(fig. 18)* que l'on cotera 0, 1, 2, 3, etc., à partir de l'une d'entre elles arbitrairement choisie. Si on veut déduire la valeur de la distance au point M , compris par exemple entre les iso-potentielles cotées 1 et 2, on mènera par M une droite *mn* sensiblement normale aux lignes 1 et 2 et qui représentera, comme l'on sait, la tangente à la ligne de courant qui passe par M , c'est-à-dire la direction de la vitesse en M . Quant à la grandeur de cette vitesse, elle sera donnée par le quotient de la différence 2 — 1 des valeurs de lignes iso-potentielles par la longueur de *mn* .

$$V = \frac{2-1}{mn}.$$

Un potentiel de vitesse est, en effet, homogène au produit d'une vitesse par une longueur, son quotient par une longueur est donc bien homogène à une vitesse. En réalité, si l'on veut



(Fig. 19)

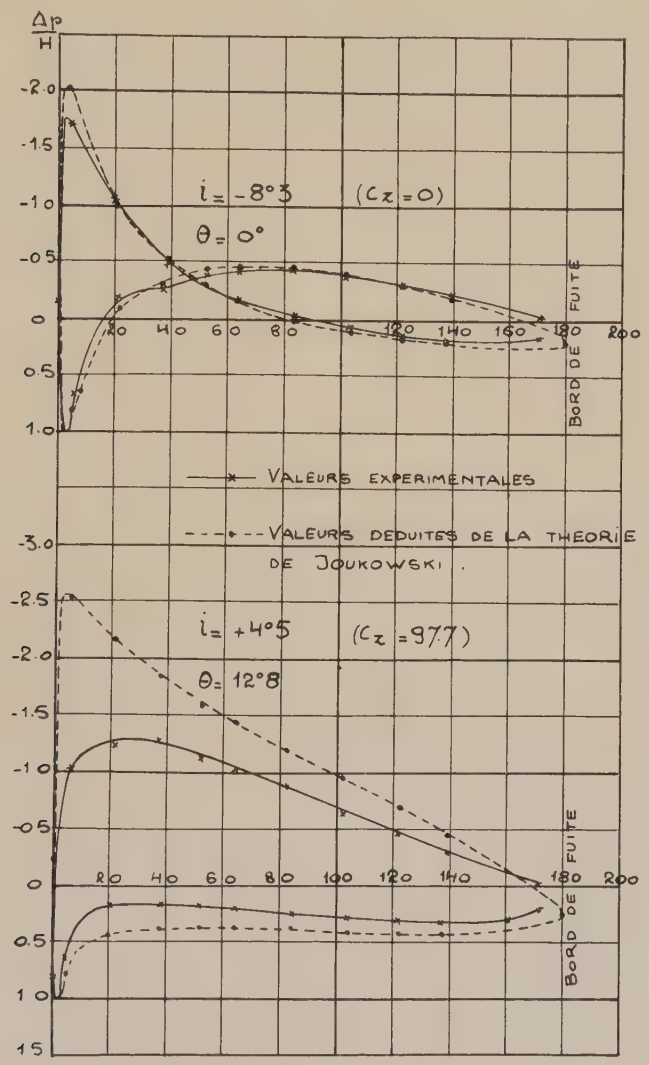
PRESSIONS LOCALES THÉORIQUES ET RÉELLES
SUR UN CORPS FUSELÉ FUHRMANN

se borner à la détermination des pressions sur la surface même et non dans tout le champ aérodynamique autour de cette surface, la méthode générale que nous venons d'indiquer

est avantageusement remplacée par des solutions particulières, comme celle indiquée par Trefftz [1], par exemple, et qui est valable pour les profils Joukowski.

Voici, à titre documentaire, deux exemples de comparaison de pressions locales théoriques et de pressions observées.

Le premier (*fig.* 19) est relatif au corps de révolution de Furhmann de la *figure* 4.



(Fig. 20) PRESSIONS LOCALES THÉORIQUES ET RÉELLES SUR UNE AILE JOUKOWSKI

Le second (*fig.* 20) est relatif à deux incidences de l'aile Joukowski que nous avons essayée.

Sur ces deux *figures*, les pressions locales sont données en fonction de la pression génératrice de la vitesse V_0, les lignes pointillées correspondent à l'écoulement théorique, et les lignes en traits pleins aux pressions locales relevées au Laboratoire.

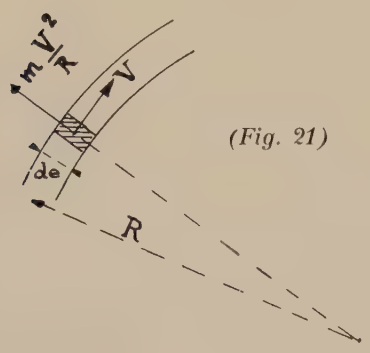
b) *Forces normales à la trajectoire.* — Les variations de direction que le filet éprouve correspondent à des accélérations dirigées normalement au sens de l'écoulement, accélérations qui entraînent aussi des variations de pression, dont on peut prévoir le sens et quelquefois la grandeur. Nous examinerons seulement le cas du mouvement plan.

En chaque point d'une tranche d'un filet, la force centrifuge donne naissance à une accélération γ qui, comme l'on sait, est égale au quotient $\frac{V^2}{R}$ du carré de la vitesse

(1) Z. F. M. 1913.

tangentielle V par le rayon de courbure R du filet au point considéré (*fig.* 21). Cette accélération γ est, d'autre part, proportionnelle à la variation dp de la pression le long de la normale au filet d'épaisseur de, les variations de étant comptées positivement quand on s'éloigne du centre de courbure et le coefficient de proportionnalité étant la masse de l'unité de volume. En définitive, on a donc dans cette tranche du filet, entre le point situé à une distance R du centre de courbure et le point infiniment voisin :

$$\frac{\partial p}{\partial e} = \frac{\delta}{g} \cdot \frac{V^2}{R}.$$



(*Fig.* 21)

Une conséquence importante de cette équation est qu'elle permet la prédétermination des zones de surpression ou de dépression d'après la forme du corps résistant, étant donné qu'il n'y a pas de décollement de la veine fluide.

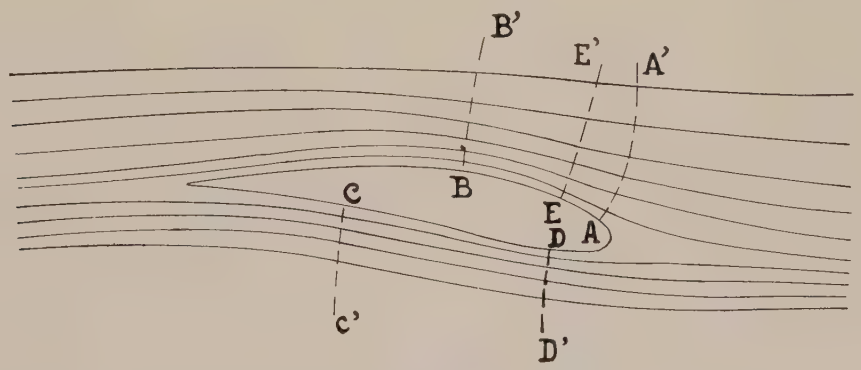
En effet, en l'écrivant sous la forme :

$$\partial p = \frac{\partial}{g} \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \partial e$$

on voit que la pression croît avec ∂e à mesure que l'on s'éloigne du centre de courbure des filets. C'est donc du côté des centres de courbure que doivent se rencontrer les zones de moindre pression ou de dépression.

Les points d'inflexion correspondent à des régions de surpression nulle.

Ainsi, considérons la *figure* 22. La pression augmente quand on passe de A′ en A, donc en A, il y a surpression par rapport à la pression de la région non troublée. De même en C. Au contraire, la pression diminue quand on passe de B′ en B ; donc en B, il y a dépression par rapport à la pression en B′. De même en D′. En E, il n'y a a ni dépression ni surpression. La pression est la même que dans la région non troublée A′, B′, C′.



(*Fig.* 22)

PRÉDÉTERMINATION DES ZONES DE COMPRESSION ET DE DÉPRESSION D'APRÈS LA FORME DES LIGNES DE COURANT

2° Influence de la viscosité. — Les considérations qui précèdent ne sont pas absolument exactes, car dans les fluides *naturels* en mouvement, les pressions ne sont pas rigoureusement normales aux éléments sur lesquels elles s'exercent. La composante parallèle au mouvement, des pressions élémentaires, est la *viscosité*, mais, contrairement à ce qui se passe pour les solides, cette composante tangentielle n'existe pas au repos ; elle n'apparaît que lorsqu'il y a des inégalités de vitesse entre les trajectoires des molécules voisines, et l'expérience a montré qu'elle était indépendante de la pression.

Pour définir le coefficient de proportionnalité, on considère deux couches parallèles pour lesquelles la vitesse d'écoulement u varie d'une manière continue de l'une à l'autre. Menons la normale Oy à ces couches ; la vitesse u est fonction de la distance x de la

couche considérée à un point O pris comme origine. Le frottement qui s'exercera à la surface de séparation d'étendue s de ces couches sera :

$$f = \mu \cdot s \cdot \frac{du}{dy}.$$

On a donné à μ le nom de coefficient de viscosité; il est de dimension $ML^{-1}T^{-1}$, et pour l'air à 0°, il a pour valeur dans le système C. G. S. : 0.0001733. Il est donc faible, mais f peut néanmoins être une force importante à considérer si le gradient de vitesse $\frac{du}{dy}$ est élevé.

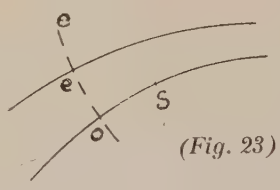
Les ingénieurs qui se sont occupés des problèmes posés par les conduites d'eau ou de gaz, en particulier, ont reconnu depuis longtemps la nécessité d'apporter au théorème de Bernoulli, tel que nous l'avons donné plus haut, un correctif pour tenir compte de l'action de la viscosité qui, dans les conduites très longues, se manifeste d'une manière très sensible. Ils se sont bornés à évaluer son action globale, par la *perte de charge* qu'elle occasionnait. Ils désignent, comme l'on sait, sous ce nom la différence :

$$\left(p_0 + \frac{\delta V_0^2}{2g}\right) - \left(p + \frac{\delta V^2}{2g}\right)$$

qu'ils mesurent ordinairement en hauteur de colonne de fluide. Mais, pour prévoir l'action de la viscosité dans les phénomènes aérodynamiques plus délicats, dont nous allons nous occuper, cette approximation ne nous serait d'aucun secours, car il s'agira souvent ici d'actions locales, dont il sera intéressant de suivre les variations.

Nous sommes ainsi dans l'obligation d'utiliser les équations générales du mouvement des fluides visqueux. Or, ces équations sont sous une forme telle qu'il est très difficile, sinon impossible de les appliquer au problème qui nous occupe (1).

Dernièrement, M. Maurice Girault (2), Ingénieur au Service Technique et Industriel de l'Aéronautique, est parvenu à les mettre sous une forme beaucoup plus intuitive que sous la forme classique.



(Fig. 23)

En se plaçant en un point de la trajectoire comme origine, et en prenant comme axes en ce point, non pas la tangente et la normale à la trajectoire, mais l'arc Os lui-même du filet fluide et sa courbe orthogonale Oe (voir *fig. 23*), M. Girault obtient des équations intrinsèques où l'influence des rayons de courbure sur l'effet de la viscosité est explicitée. Les équations de M. Girault sont les suivantes :

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial s} = X - V\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\mu}{\rho}\left[\frac{\partial^2 V}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial e^2} - \frac{1}{R}\frac{\partial V}{\partial e} + \frac{1}{R'}\frac{\partial V}{\partial s} - V\left(\frac{1}{R^2} + \frac{1}{R'^2}\right)\right]$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial e} = Y - \frac{V^2}{R} + \frac{\mu}{\rho}\left[\frac{2}{R}\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{2}{R'}\frac{\partial V}{\partial e} - V\left(\frac{1}{R^2}\frac{\partial R}{\partial s} + \frac{1}{R'^2}\frac{\partial R'}{\partial e}\right)\right].$$

Quant à l'équation de continuité, elle s'écrit :

$$\frac{\partial V}{\partial s} = -\frac{V}{R'}.$$

Dans les formules ci-dessus, ρ est la masse spécifique du fluide supposé incompressible.

X, Y sont les composantes des forces extérieures; elles sont négligeables dans le cas qui nous occupe.

---

(1) Voir en particulier : Marcel Brillouin. — *Leçons sur la viscosité des liquides et des gaz*, Gauthier-Villars.

(2) M. Girault. — *Équations intrinsèques du mouvement plan parallèle des fluides visqueux incompressibles en régime permanent* (Compte Rendus de l'Académie des Sciences, 15 février 1925).

e est compté positivement dans le sens de la normale principale, c'est-à-dire de la courbe vers le centre de courbure.

R et R′ sont les rayons de courbure respectifs du filet et de sa trajectoire orthogonale, avec les conventions suivantes :

$$R > O \quad .$$

$R' > O$ si le filet est divergent, et $R' < O$ s'il est convergent. On voit déjà apparaître une dissymétrie dans le fonctionnement des ajutages convergent ou divergent que les formules usuelles ne mettent pas en évidence.

Si l'on suppose μ négligeable, on retombe sur les équations ordinaires données plus haut dans l'hypothèse d'un gaz parfait.

La deuxième équation est la plus intéressante au point de vue aérodynamique. Elle donne par $\frac{\partial p}{\partial e}$ la variation de pression au voisinage d'un corps, dans des régions où, précisément, la viscosité joue un rôle important.

On voit que ce rôle est d'autant plus grand que les rayons R et R′ sont plus faibles, c'est-à-dire que les filets présentent des courbures plus accentuées, et que la vitesse V est elle-même plus grande. Mais, ce ne sont pas les seules conclusions que l'on peut tirer maintenant relativement au rôle que joue la viscosité.

M. Y. Rocard [1], en s'appuyant sur la théorie cinétique, et en utilisant les notations de M. Girault, a exprimé les conditions à la paroi auxquelles doivent satisfaire les fluides qui s'écoulent le long d'une surface. La première condition à remplir est que la paroi doit être elle-même un filet fluide, autrement dit qu'il doit exister une couche fluide en contact avec le corps. Dans le mouvement plan, les autres conditions sont :

$$\frac{V}{R'} = -\frac{2}{3}\frac{d \log \rho}{dt} \qquad \frac{\partial V}{\partial s} = -\frac{1}{3}\frac{d \log \rho}{dt} \qquad \frac{\partial V}{\partial e} = -\frac{V}{R}.$$

La paroi étant elle-même un filet fluide, la deuxième équation s'intègre et conduit à :

$$V \,.\, \rho^{\frac{1}{3}} = \text{Cte}$$

le long de la paroi.

Dans ces conditions, s'il y a quelque part un point de vitesse nulle, et il y en a généralement un (point de stagnation avant), la constante d'intégration est nulle, et l'on a $V = O$ tout le long de la paroi.

La troisième équation de M. Rocard conduit alors à :

$$\frac{\partial V}{\partial e} = 0$$

au contact de la paroi tout entière.

Si nous revenons maintenant à la deuxième équation de M. Girault, avec les conditions aux limites :

$$V = 0 \qquad \frac{\partial V}{\partial s} = 0 \qquad \frac{\partial V}{\partial e} = 0$$

il vient, pour les couches au voisinage de la paroi entière, en l'absence de forces extérieures X et Y :

$$\frac{\partial p}{\partial e} = 0.$$

---

(1) *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, 1926, page 486.

On voit ainsi que *les variations de vitesse dans la couche au voisinage immédiat du corps, ne modifient pas d'une manière sensible la pression du fluide.*

Ainsi, se trouve justifié théoriquement, pour la première fois, la méthode employée dans tous les Laboratoires pour le relevé des pressions locales, qui consiste à utiliser la pression transmise par une mince ouverture percée dans la paroi et reliée à un manomètre. Bien que la vitesse au droit de l'ouverture puisse varier considérablement, la pression du fluide ne varie presque pas et elle est bien égale à celle transmise par l'ouverture même.

Nous verrons plus loin que l'expérience vérifie complètement les conséquences que l'on peut tirer de la forme intuitive sous laquelle M. Girault a réussi à présenter les équations du mouvement d'un fluide visqueux.

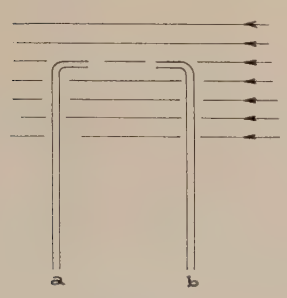
CHAPITRE II

MÉTHODE EXPÉRIMENTALE

I. — Principe de la méthode.

Nous avons exploré le courant perturbé à l'aide d'une sonde dont l'emploi repose sur les propriétés aérodynamiques d'un simple tube recourbé à angle droit, dit tube de Pitot [1].

Un tel tube placé dans un courant d'air en un point où la pression statique est p et la vitesse v et faisant face au courant (*fig.* 24 *a*) transmet comme l'on sait une pression :



(Fig. 24)

$$p + \lambda \frac{\delta v^2}{2g} \qquad (1)$$

δ étant la densité de l'air dans les conditions actuelles de température et de pression et λ un coefficient empirique généralement égal à l'unité, ou, en tous cas, très voisin de 1.

Ce même tube retourné de 180° (*fig.* 24 *b*) transmet une pression :

$$p - \mu \frac{\delta v^2}{2g} \qquad (2)$$

μ étant un autre coefficient empirique de l'ordre de 0,2, déterminé par un tarage préalable de l'appareil dans un courant de pression et de vitesse connues.

De la mesure des pressions transmises (1) et (2), on conçoit bien que l'on puisse déduire p et v.

Quant à la direction de la vitesse, elle pourra être donnée par un petit pinceau de fils légers porté par le tube de Pitot, et qui permettra de bien orienter ce dernier.

Il est bien évident que cette méthode doit permettre une exploration complète, au point de vue des propriétés mécaniques du fluide, de la région troublée; il y a cependant des cas ou son application peut être mise, *a priori*, en défaut, comme nous allons le voir.

a) Lorsque le mouvement n'est pas permanent, et qu'il s'accompagne, par exemple, de tourbillons tels que la direction du fil léger en un point donné varie constamment, il est bien certain que toute orientation correcte du système devient impossible. Dans de telles régions, la méthode proposée ci-dessus ne pourra fournir aucun renseignement. Ce cas se rencontre, par exemple, sur le dos et à l'arrière des profils sustentateurs fortement inclinés sur le vent.

b) Une autre condition qui vient aussi restreindre un peu le champ d'application de la méthode est plus délicate à délimiter.

Quand nous disons que λ et μ sont des coefficients connus empiriquement, nous voulons dire qu'un tarage de l'appareil dans un courant d'air uniforme, comme le sont, par exemple, les courants d'air des souffleries aérodynamiques, suffit pour les déterminer.

Ce tarage tient évidemment compte de la perturbation propre apportée au fluide par la présence de l'appareil au point où l'on mesure la vitesse et la pression, mais pour que les

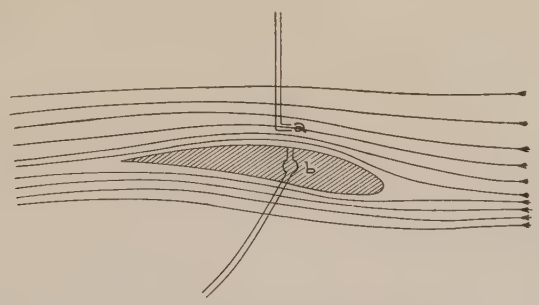
(1) Nous avons proposé cette méthode en 1912, voir : *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 12 février 1912.

constantes du tarage ainsi déterminées soient encore valables dans un courant troublé par un obstacle, il faut, bien entendu, que dans la petite région du fluide entourant l'ouverture du tube de Pitot, les variations de la vitesse et de la pression soient suffisamment faibles pour que l'on puisse y considérer le courant comme ayant des propriétés moyennes bien définies. On se rapprochera d'autant plus des conditions idéales que le diamètre du tube de Pitot sera plus petit et que le modèle sera plus grand. C'est la principale raison qui nous a fait choisir pour l'exploration de la région troublée autour d'un profil de 180 mm. de profondeur, des tubes de Pitot constitués par de simples aiguilles hypodermiques de 13/10 de mm. de diamètre extérieur. Il nous semble que, dans ces conditions, on peut considérer comme exactes les indications transmises, sauf peut-être en certains points particuliers, par exemple, au voisinage du point de stagnation du bord d'attaque (staupunkt), dans le sillage immédiat du bord de fuite, où les gradients de pression et de vitesse sont parfois excessivement élevés.

D'ailleurs, l'observation directe des spectres de lignes de courant que nous pouvons faire, nous a fourni, en ce qui concerne les directions, un recoupement précieux que nous avons pu utiliser dans un certain cas (voir plus loin, p. 33, sonde simple).

c) Une autre source d'erreur, à laquelle ne paraissent pas avoir pensé Stanton et Zijnen dans leurs études expérimentales sur la couche troublée au contact même de la surface provient de l'inter-action aérodynamique qui peut s'exercer entre la sonde et la surface lorsqu'on approche peu à peu la sonde de cette dernière.

D'après ce que nous savons aujourd'hui sur l'importance très élevée que peuvent atteindre certaines inter-actions, il est indispensable, *a priori*, de pouvoir contrôler l'action produite autour de la surface par l'approche progressive du tube de Pitot.



(Fig. 25) PRINCIPE DU CONTROLE DE L'INTER-ACTION DE LA SONDE ET DU PROFIL

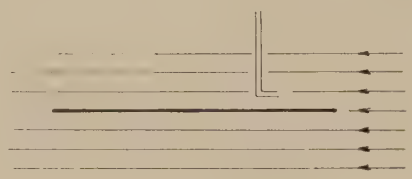
Pour cela, nous avons pensé à utiliser la mesure des pressions locales sur le profil. Cette mesure s'effectue par le procédé bien connu qui consiste à percer normalement au contour du profil de petits canaux de 1 à 2 mm. de diamètre que l'on relie par un système de canalisations intérieures à un manomètre placé en dehors du courant d'air. Dans ces conditions, si l'on approche de l'un de ces trous la sonde aérodynamique (*fig.* 25), on sera en droit de considérer tant que la pression au trou transmise au manomètre ne variera pas, que l'écoulement autour de la surface n'est pas modifié par la présence de la sonde. Par contre, dès que cette pression changera de valeur, on devra en conclure que la présence de la sonde fait sentir son action et on pourra limiter en ce point l'exploration de la zone perturbée.

On conçoit bien que l'on possède ainsi un procédé de contrôle excessivement sensible. On trouvera plus loin l'exposé des résultats qu'il a fournis.

d) Enfin, une dernière question se pose au sujet du tube de Pitot qui est en quelque sorte la contre-partie de la précédente, celle de savoir à quelle distance la présence de la surface est susceptible de modifier la pression transmise par le Pitot, c'est-à-dire les constantes de tarage de ce dernier.

On peut obtenir, pensons-nous, quelques précisions à ce sujet en reprenant le tarage du tube de Pitot dans le courant d'air de la soufflerie, après avoir installé dans ce courant une plaque plane, mince, parallèle au vent et autour de laquelle la région troublée reste pratiquement confinée à la couche en contact immédiat avec la surface, surtout dans la

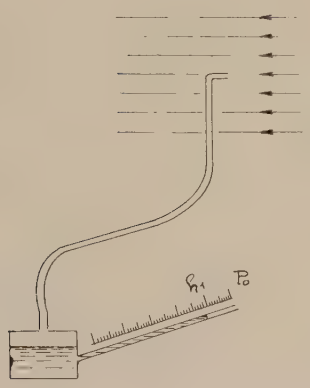
moitié avant de cette dernière. Dans ces conditions, on peut approcher à très petite distance le Pitot de la surface (*fig.* 26) sans pénétrer dans la couche d'air perturbée de la



(Fig. 26)

plaque et s'assurer ainsi s'il existe une action de présence modifiant les constantes de tarage de l'instrument.

On trouvera (p. 37) les résultats des mesures que nous avons faites à ce sujet.



(Fig. 27) SCHÉMA DE MONTAGE DE LA SONDE AÉRODYNAMIQUE

II. — Formules pratiques.

Étant donné un point du fluide où la pression est p et la vitesse v, ce qu'il est intéressant de mesurer, c'est moins la pression p elle-même que l'excès Δp, positif ou négatif de cette pression sur la pression statique P_0 du courant d'air non troublé. La chambre d'expériences des souffleries du type Eiffel se prête très bien à ce genre de mesures. Comme l'on sait, la veine d'air traverse cette chambre sans s'épanouir sensiblement, de telle sorte que vers la périphérie du courant les trajectoires fluides sont rectilignes. Il s'ensuit que la veine a précisément alors la pression P_0 des régions de la chambre où l'air est en repos.

Si donc, on fait communiquer, par exemple, le tube de Pitot (*fig.* 27) qui fait face au courant avec le réservoir d'un manomètre, dont l'extrémité libre de la branche inclinée communique avec l'air en repos de la chambre, le liquide du manomètre s'élèvera d'une hauteur équivalente à h_1 mm. d'eau, telle qu'on aura, en exprimant toutes les unités dans le système M. K*g*. S. :

$$p + \lambda \frac{\delta v^2}{2g} = P_0 + h_1$$

ou, en désignant par Δp la différence : $\Delta p = p - P_0$.

$$\Delta p + \lambda \frac{\delta v^2}{2g} = h_1.$$

En opérant de même avec le tube de Pitot retourné de 180°, on aura au même point :

$$\Delta p - \mu \frac{\delta v^2}{2g} = h_2 \text{ (1)}.$$

De ces deux égalités, on tirera :

$$v^2 = \frac{2g}{\delta} \frac{h_1 - h_2}{\lambda + \mu} \qquad \Delta p = \frac{\lambda h_2 + \mu h_1}{\lambda + \mu}$$

équations qui fourniront v et Δp en fonction de h_1 et h_2.

(1) h_1 et h_2 sont pris positivement si les connexions du manomètre avec le Pitot sont conformes à celles indiquées sur la *figure* 27, et négativement, si le Pitot doit être relié avec la branche libre du manomètre, le réservoir communiquant directement alors avec la chambre.

Il est plus commode de rapporter respectivement v et Δp à la vitesse V du courant d'air non troublé et à sa pression génératrice H . La pression H est donnée par un tube de Pitot témoin, placé dans une région non troublée de la veine, au droit de la section expérimentée. Comme l'on a :

$$V_0^2 = \frac{2g}{\delta} \cdot H$$

On voit que l'on pourra écrire finalement :

$$\left(\frac{v}{V_0}\right)^2 = \frac{1}{\lambda + \mu}\left(\frac{h_1}{H} - \frac{h_2}{H}\right)$$

$$\frac{\Delta p}{H} = \frac{1}{\lambda + \mu}\left(\lambda \frac{h_2}{H} + \mu \frac{h_1}{H}\right).$$

Le calcul de la pression relative $\frac{\Delta p}{H}$ est simplifié si on élimine $\frac{h_2}{H}$ en l'exprimant en fonction de $\frac{v}{V_0}$, tiré de l'expression ci-dessus. Par une transformation simple, on s'assurera que l'on peut ainsi écrire :

$$\frac{\Delta p}{H} = \frac{h_1}{H} - \lambda\left(\frac{v}{V_0}\right)^2.$$

On trouvera plus loin le détail des tarages divers des tubes de Pitot que nous avons utilisés. Ces tarages nous ont finalement conduits à adopter pour λ et μ de la sonde double les valeurs :

$$\lambda = 1{,}00 \qquad \mu = 0{,}19$$

d'où :

$$\lambda + \mu = 1{,}19 \qquad \frac{1}{\lambda + \mu} = 0{,}84 \qquad \frac{1}{\sqrt{\lambda + \mu}} = 0{,}917.$$

On déduit de ces valeurs et de ce qu'il a été dit plus haut que les formules pratiques que nous emploierons pour la sonde double seront les suivantes :

(1) $$\frac{v}{V_0} = 0{,}917\sqrt{\frac{h_1}{H} - \frac{h_2}{H}}$$

(2) $$\frac{\Delta p}{H} = \frac{h_1}{H} - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2.$$

Pour la sonde simple, nous avons obtenu :

$$\lambda = 1 \qquad \mu = 0{,}225$$

et, par suite :

(1') $$\frac{v}{V_0} = 0{,}905\sqrt{\frac{h_1}{H} - \frac{h_2}{H}}.$$

Cas particulier d'un écoulement satisfaisant à la loi de Bernoulli. — Lorsque la pression $\Delta p + \frac{\delta V^2}{2g}$ relatives au Pitot mobile qui fait face au courant est la même que la pression $\frac{\delta V_0^2}{2g}$ relative au Pitot témoin de la région non troublée, on a :

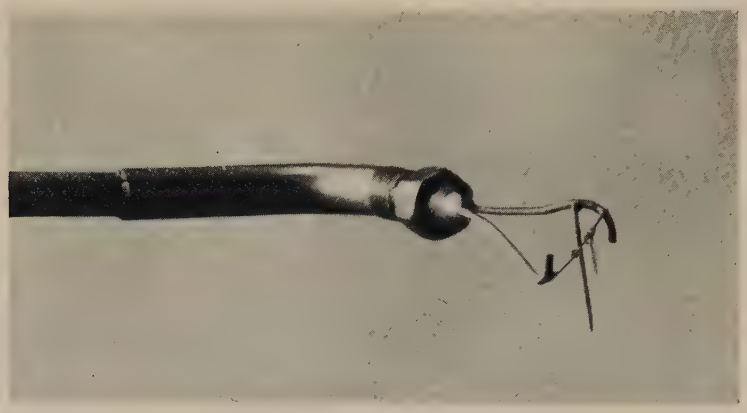
$$h_1 = H,$$

Dans ces conditions, comme cette égalité équivaut à :

$$p + \frac{\delta v^2}{2g} = P_0 + \frac{\delta V_0^2}{2g}$$

on voit que le théorème de Bernoulli s'applique et la pression relative $\frac{\Delta p}{H}$ s'écrira simplement, puisque $\frac{h_1}{H} = 1{,}00$:

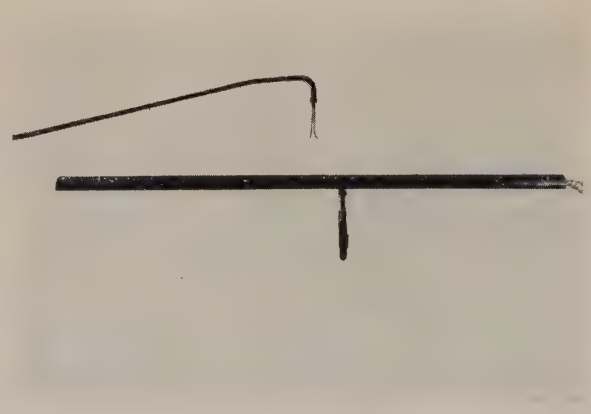
$$\frac{\Delta p}{H} = 1 - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2. \tag{2'}$$



(Fig. 28) SONDE DOUBLE

III. — Sondes aérodynamiques.

1° *Sonde double.* — La sonde aérodynamique que nous avons finalement réalisée est représentée *figure* 28. On la voit aussi de face, telle qu'elle est disposée au-dessus de la surface essayée sur la *figure* 29.



(Fig. 29) SONDE EN PRÉSENCE DE LA SURFACE

Comme on s'en rend compte à première vue, cette sonde se compose de deux tubes recourbés, tels que si la petite branche de l'un est exposée face au courant, celle de l'autre se trouve dans une direction diamètralement opposée. Une aiguille est soudée à l'une des branches dans une position parallèle aux petites branches. Un pinceau de fils de soie très légers est monté par une boucle autour d'un petit fil d'acier de 1/10 de mm. de diamètre, soudé aux deux petites branches; le pinceau peut tourner librement autour du petit fil; dans ces conditions, il prend la direction du vent au point où il est placé.

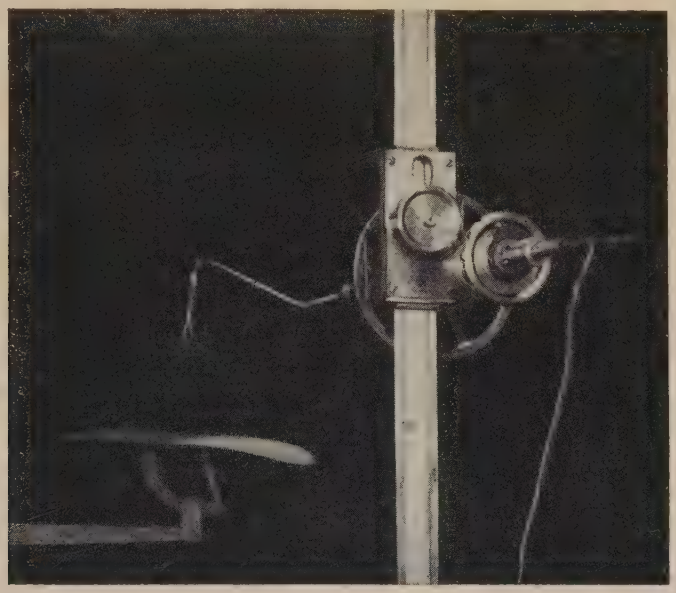
Pour que le tube de Pitot transmette une pression connue, il faut qu'il soit orienté par rapport aux filets. Pour réaliser cette condition, il suffit de tourner l'ensemble jusqu'à ce

que l'aiguille soit parallèle au pinceau de fils légers. A ce moment, les deux petites branches des tubes recourbés sont parallèles aux fils, c'est-à-dire au courant.

L'emploi de cette sonde suppose évidemment que le courant exploré possède les mêmes propriétés dans les deux plans parallèles passant par chacune des petites branches. Etant donné que ces deux branches sont séparées par un écartement de un centimètre, on peut considérer que cette condition est remplie quand on explore le courant dans la section médiane d'une aile de 90 cm. d'envergure comme nous l'avons fait.

L'ensemble de l'appareil définitif se voit sur la *figure* 30. La sonde est approchée de la surface dans une direction sensiblement normale à cette dernière pour éviter autant que possible les inter-actions; dans le même but, nous avons coudé le tube-support pour l'écarter au maximum de la région explorée.

Afin de pouvoir orienter et déplacer verticalement la sonde, le tube-support est maintenu à frottement dur dans un tube concentrique fixé rigidement à un coulisseau qui peut glisser le long d'une règle verticale graduée, et que l'on peut bloquer par un volant de serrage dans une position quelconque.



(Fig. 30) VUE GÉNÉRALE DE L'INSTALLATION DE LA SONDE

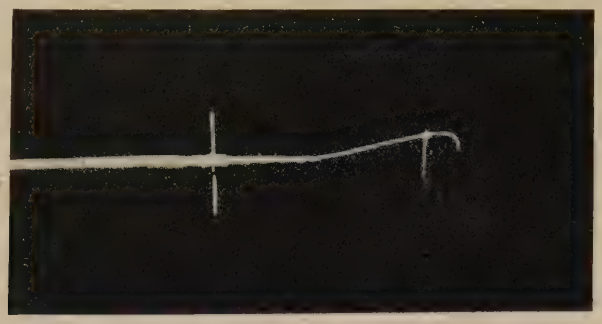
Les ouvertures des petites branches de la sonde se trouvent sur l'axe commun des deux tubes; de cette manière, dans les manœuvres d'orientation, les ouvertures des tubes restent toujours au même point de l'espace. L'angle de rotation est repéré sur un cadran solidaire de la sonde et qui tourne devant un index solidaire du tube fixé au coulisseau.

2° *Sonde simple.* — La première sonde que nous avons réalisée ne comportait qu'un seul tube recourbé (voir *fig.* 31) que l'on exposait successivement face au courant, puis dans la direction diamétralement opposée, en utilisant le même support que celui que nous venons de décrire.

Nous avons ensuite combiné la sonde double pour éviter ces retournements de 180° et abréger ainsi les mesures, et aussi pour éviter sur le dos et le dessous de la surface les effets d'inter-actions dûs au voisinage *immédiat* du long tube porteur de la sonde simple.

L'expérience nous a montré que l'emploi de cette sonde simple n'était pas à abandonner dans tous les cas. Ainsi, dans les régions situées immédiatement en avant du bord d'attaqe, et à la hauteur moyenne de celui-ci, où les courants locaux sont fortement déviés, nous avons reconnu par comparaison, avec des spectres que nous avons rendus visibles par une nappe d'air chaud éclairé latéralement par un arc, que la sonde double provoquait un effet d'inter-action, tel que les déviations naturelles du courant étaient faussées de 10° et plus, alors que

la sonde simple indiquait des déviations parfaitement régulières. Ce sont, bien entendu, les données expérimentales obtenues avec cette dernière que nous avons retenues définitivement dans ces régions à l'avant du bord d'attaque.



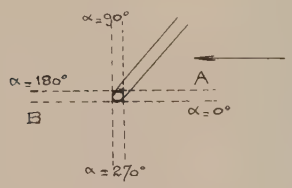
(*Fig. 31*) SONDE SIMPLE OU TUBE DE PITOT SIMPLE

IV. — Étude des propriétés aérodynamiques des sondes utilisées.

L'emploi de la sonde suppose l'étude préalable de ses propriétés aérodynamiques dans un courant de vitesse et de pression connues.

Nous allons exposer les différents tarages que nous avons effectués, soit pour établir la sonde, soit pour l'utiliser dans la soufflerie du Laboratoire Eiffel.

1° *Examen des propriétés du tube simple de Pitot dans les diverses orientations qu'il peut prendre dans un plan parallèle au vent.* — Un petit tube de Pitot constitué par une aiguille hypodermique de 13/10 de mm. de diamètre extérieur et de 9/10 de mm. de diamètre intérieur, dont la photographie est reproduite *figure* 31, ayant été installé sur le coulisseau, nous avons relevé les pressions h qu'il transmettait à un manomètre lorsque, par une rotation de l'instrument sur lui-même, on faisait varier de 0° à 360° l'orientation α de la petite branche par rapport au courant d'air (voir *fig.* 32).



(*Fig. 32*)

En comparant les indications h_α à celles H transmises par un tube de Pitot étalon, placé dans le voisinage du premier, mais restant orienté parallèlement au vent, on peut dresser un tableau des valeurs du rapport $\frac{h_\alpha}{H}$ en fonction de α.

A titre d'exemple, nous donnons ci-dessous, dans le tableau I, un relevé de 0 à 180° effectué dans un de ces tarages pour lequel la vitesse V était de 20 m./sec. environ, les indications de 180 à 360° étant symétriques des premières sensiblement.

TABLEAU I

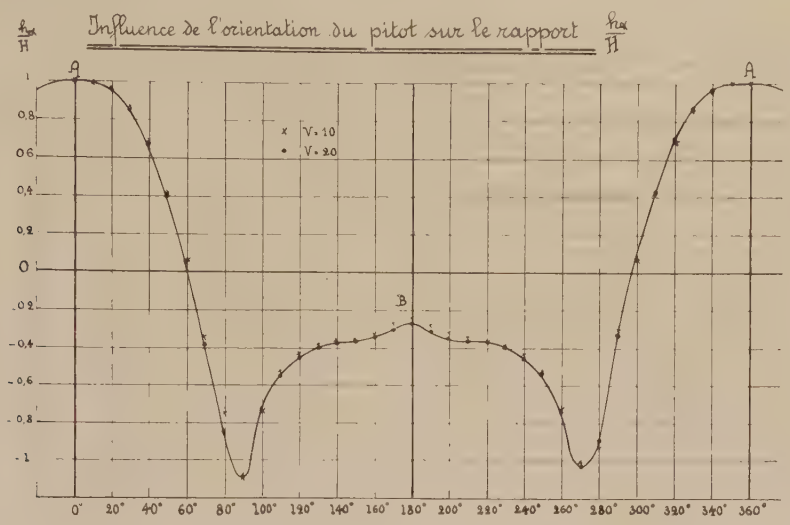
α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	61°5	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°
$\frac{h}{H}$	1.00	1.00	0.97	.855	.685	.415	.074	0	-.036	-.082	-.106	-.072	-.033	-.042	-.038	-.035	-.034	-.032	-.028	-.023

Sur la *figure* 33, nous avons reproduit graphiquement les variations de $\frac{h_\alpha}{H}$ en fonction de α pour V = 20 m./sec. et V = 10 m./sec.

L'allure de la courbe de la *figure* 33 est bien connue, car l'étude du tube de Pitot pour diverses orientations, a déjà fait l'objet de recherches expérimentales (1). Il était, toutefois,

(1) Voir en particulier : Otto KRELL. — *Ueber Messung von Dynamischen u. Statischen Druck bewegter Luft*, Oldenburg, Berlin 1904.

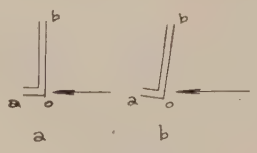
intéressant de la connaître pour un tube de Pitot constitué par une aiguille creuse aussi fine qu'une aiguille hypodermique. Nous retiendrons seulement pour le but qui nous préoccupe



(Fig. 33) INFLUENCE DE L'ORIENTATION α D'UN TUBE DE PITOT SUR LE RAPPORT $\frac{h\alpha}{H}$

que dans les positions A et B pour lesquelles la petite branche est parallèle au vent, les pressions $\frac{h_\alpha}{H}$ passent par un maximum ou par un minimum. En utilisant le tube de Pitot dans ces deux positions, *une légère erreur sur la direction n'entraînera donc pas d'erreur sur la pression transmise;* c'est un fait important au point de vue pratique.

2° *Détails de l'établissement de la sonde double.* — En établissant la sonde double, nous nous sommes imposé la condition que, lorsque les deux Pitots étaient orientés parallèlement au vent, ils devaient transmettre des pressions correspondant à des maxima ou des minima. Pour le tube de Pitot qui fait face au courant, cela n'a présenté aucune difficulté, mais il n'en a pas été de même pour l'autre. Les tarages nous ont montré qu'un tel tube (*fig.* 34 *a*), ayant une branche horizontale O*a* et une branche verticale O*b* , transmet un minimum de pression pour une inclinaison de 20 à 30° de la branche horizontale sur le vent *(fig. 34 b)*. Ce fait est dû à l'inter-action de la branche verticale O*b* qui masque plus ou moins et d'une manière qui varie avec l'inclinaison, la branche O*a* . Pour éliminer cet inconvénient, nous avons finalement tordu légèrement le Pitot dans la partie coudée O , de manière que la branche O*a* soit déportée latéralement par rapport



(Fig. 34)

(Fig. 35) SONDE DOUBLE

à la branche O*b* et ne soit plus soumise, en conséquence, à l'inter-action de cette dernière. Cette torsion se voit particulièrement bien sur la *figure* 35.

Un tarage effectué avec l'appareil définitif, en inclinant la sonde d'un angle $\alpha = \pm 5^\circ$ sur le vent et aussi en l'installant parallèlement à ce dernier nous a donné les résultats contenus dans le tableau II.

TABLEAU II

$\alpha = +5^\circ$					$\alpha = 0^\circ$					$\alpha = -5^\circ$				
H	h_1	h_2	$\lambda = \frac{h_1}{H}$	$\mu = \frac{h_2}{H}$	H	h_1	h_2	$\lambda = \frac{h_1}{H}$	$\mu = \frac{h_2}{H}$	H	h_1	h_2	$\lambda = \frac{h_1}{H}$	$\mu = \frac{h_2}{H}$
25.4	25.4	-5.15	1.0	-0.203	26.4	26.0	-4.95	.985	-0.188	25.6	25.6	-5.7	1.0	-0.222
25.5	25.2	-5.0	0.99	-0.196	26.4	26.0	-5.0	.985	-0.189	26.6	26.8	-5.9	1.01	-0.221
26.3	26.5	-5.50	1.01	-0.209	26.4	26.5	-4.95	1.005	-0.188	26.7	26.5	-5.9	0.99	-0.220
26.2	26.4	-5.40	1.0	-0.205	26.2	26.2	-5.0	1.00	-0.190	26.1	26.0	-5.9	.995	-0.225
25.6	26.0	-5.35	1.015	-0.208	26.0	25.6	-4.90	.985	-0.188	25.4	24.1	-5.6	.98	-0.220
MOYENNES			1.00	-0.204	MOYENNES			0.99	-0.189	MOYENNES			.995	-0.222

Les moyennes montrent que nous n'avons pas réalisé, en ce qui concerne $\mu = \frac{h_2}{H}$, relatif au tube retourné, la symétrie parfaite autour de la position $\alpha = 0^\circ$. Mais les écarts sont minimes et sans importance pratique, car les erreurs que nous pouvons commettre sur l'angle α sont inférieures à 1°.

3° *Influence de la vitesse.* — Pour compléter l'étude de la sonde, il reste à s'assurer si la grandeur de la vitesse v n'exerce pas une influence sur la valeur des rapports $\frac{h_1}{H}$ ou $\frac{h_2}{H}$. Le tableau III contient les résultats de quelques mesures effectuées à ce sujet.

TABLEAU III

H	h_1	h_2	$\lambda = \frac{h_1}{H}$	$\mu = \frac{h_2}{H}$	V
6.8	6.75	-1.1	.99	-0.162	10.4
10.2	10.1	-1.65	.99	-0.162	12.7
12.6	12.4	-2.15	99	-0.170	14.1
16.6	16.6	-3.05	1.00	-0.184	16.2
21.4	21.4	-3.90	1.00	-0.182	18.4
26.4	26.2	-4.95	99	-0.188	20.45
31.3	31.3	-5.95	1.00	-0.190	22.3
36.5	36.2	-7.15	.995	-0.195	24.1
44.5	44.5	-8.55	1.00	-0.192	26.6
46.8	46.8	-9.00	1.00	-0.192	27.2

Nous avons effectué toutes nos expériences à la vitesse de 20 m./sec. environ et les vitesses locales que nous avons observées étaient toutes comprises entre 14 et 30 m./sec. On voit que dans ces limites les variations des rapports λ et μ sont suffisamment faibles pour que l'on puisse adopter pour λ et μ des valeurs moyennes. Cela est certainement exact pour λ. Quant à μ dont les variations relatives sont plus importantes, il n'apparaît dans les formules pratiques données plus haut que dans la somme $\lambda + \mu$, ce qui atténue beaucoup son influence, car sa valeur n'est que le 1/5 environ de celle de λ.

4° *Direction du courant.* — La direction du courant au point où est placé le tube de Pitot est indiquée par un pinceau de fils très légers. Pour augmenter la mobilité de ce dernier, nous l'avons monté par une boucle non serrée autour du fil support (voir *fig.* 28). Nous avions pensé tout d'abord à fixer le pinceau à l'extrémité d'une mince tige verticale qui descendait entre les deux Pitots. Nous avons dû y renoncer, car cette tige exerçait une inter-action sur les fils légers telle que ceux-ci, dans un vent horizontal, se relevaient d'une dizaine de degrés. En conséquence, nous avons supprimé toute dissymétrie dans un plan parallèle au vent en montant le petit pinceau, comme il est indiqué *figure* 28, autour d'un mince fil d'acier de 1/10 de mm. tendu entre les deux petites branches des deux Pitots.

La légèreté des fils était telle qu'ils indiquaient nettement l'amplitude des variations de direction qui se produisent en certains points, néanmoins leur poids, si minime soit-il, fait que l'inclinaison du pinceau est une fonction de la vitesse du vent. Le tableau IV ci-dessous

donne les relevés d'inclinaison du fil observée à la lunette lorsque le pinceau est placé dans un vent horizontal de vitesse progressivement décroissante.

TABLEAU IV

$V_{m/s}$	28.2	21.2	19.0	13.8	11.4	8.3	6.0	4.2	2.45
α	0°	0°	0°	0°2	1°0	2°2	3°5	6°5	12°0

Ces résultats montrent bien la nécessité où l'on est d'opérer à une vitesse assez grande pour supprimer une cause d'erreur dans la lecture des angles et l'orientation du pinceau provenant du poids de ce dernier. Nous estimons pouvoir donner les angles α à 0°5 près.

5° *Modifications à apporter aux constantes* λ *et* μ *le voisinage d'une surface.* — Comme au cours des essais, on est amené à rapprocher autant que possible la sonde de la surface; il est indispensable de s'assurer si le voisinage immédiat d'une surface ne modifie pas les constantes de tarage λ et μ obtenues lorsque la sonde est plongée dans une veine pratiquement illimitée dans tous les sens.

Pour nous en assurer, après avoir installé parallèlement au vent, dans le courant d'air du Laboratoire, un plan mince de 50 × 50 cm., nous avons approché peu à peu la sonde d'une région médiane du plan, située en arrière du bord d'attaque, au premier quart avant de la profondeur (voir *fig.* 26).

Le plan étant mince et exposé parallèlement au vent, on peut considérer raisonnablement que les perturbations qu'il apporte au courant sont limitées à la couche d'air en contact immédiat avec lui et qu'en dehors de cette couche superficielle, la vitesse a partout même direction et même valeur. L'épaisseur de la couche superficielle croît, d'ailleurs, comme l'on sait, au fur et à mesure que l'on se rapproche du bord de fuite. C'est la raison pour laquelle nous avons approché la sonde du bord d'attaque tout en restant suffisamment éloigné de ce dernier pour que la perturbation causée par le bord d'attaque lui-même soit amorti.

Dans ces conditions, nous avons relevé pour différentes valeurs z de la distance verticale de la sonde au plan les valeurs λ et μ contenues dans le tableau V ci-dessous.

On voit qu'il semble possible d'approcher la sonde jusqu'à 10 mm. environ de la surface sans modifier sensiblement ses constantes de tarages. Pour un écartement moindre, la somme $\lambda + \mu$ diminue rapidement, mais des mesures (que l'on trouvera détaillées au Chapitre IV) ont montré que pour les très faibles écartements, il existait un effet d'inter-action entre la sonde et le profil qui entraînait une modification de l'écoulement réel. Pour cette raison, les mesures faites à des distances z inférieures à 5 mm. ont été toutes rejetées.

TABLEAU V

$Z_{m/m}$	$\lambda = \frac{h_1}{H}$	$\mu = \frac{h_2}{H}$	$\lambda + \mu$
100	1.00	0.19	1.19
80	1.00	.19	1.19
60	1.00	.19	1.19
40	1.00	.19	1.19
20	.995	.19	1.185
15	.99	.19	1.18
10	.98	.185	1.16
5	.92	.175	1.095
3	.79	.160	.95

6° *Exploration du courant d'air.* — Avant toute exploration du champ autour du profil sustentateur, il convient d'explorer le courant d'air afin de ne pas être tenté d'attribuer au profil des perturbations qui pourraient provenir du courant lui-même.

Les courants des souffleries présentent, en général, des petites irrégularités provenant des filtres, des dissymétries apportées par le circuit extérieur, par la rotation de l'hélice, etc., et dont il faut s'accommoder.

Nous avons reconnu que l'emploi de deux filtres et, en particulier, du filtre d'entrée de la chambre étaient indispensables au Laboratoire Eiffel. L'un brise le gros tourbillon d'entrée dans le collecteur, que nous avons été les premiers à déceler à l'aide de fumées de tétrachlorure de titane; l'autre imprime une direction bien définie au courant d'air, condition primordiale pour la bonne exécution des essais. Mais les filtres ont, en général, l'inconvénient de créer en arrière de chacune des lames qui les constituent un sillage de quelques

millimètres d'épaisseur, où la vitesse de l'air est légèrement réduite et qui ne s'amortit qu'à une distance de plusieurs mètres en arrière de la lame qui l'a causé. Ainsi, nous avons observé à 1 m. 50 en arrière d'une lame du filtre de chambre, une vitesse réduite de 5 % environ dans une zone de 5 mm. d'épaisseur. La faible hauteur de ce sillage montre bien la difficulté que paraissent rencontrer parfois les tourbillons, dans un fluide naturel en mouvement, à faire sentir leur action à une distance appréciable de leur axe.

Pour diminuer le plus possible l'inconvénient créé par les lames de filtre, nous avons remplacé le filtre de chambre installé par M. Eiffel, et dont les cellules avaient 12 cm. 5 de côté par un autre à cellules de 30 cm. qui a rejeté le sillage des lames à 15 cm. de part et d'autre de la section du profil sustentateur dans laquelle nous avons exploré le champ aérodynamique et à 15 cm. au-dessus et au-dessous du bord d'attaque de ce profil. On reconnaîtra à l'examen des diagrammes d'essais que nous avons, par cet artifice, soustrait à l'influence immédiate d'une lame de filtre les régions les plus intéressantes du champ exploré.

Tableau VI

z c/m	$\lambda = \frac{h_1}{H}$	$\mu = \frac{h_2}{H}$
40	1.005	.190
30	1.028	.190
20	1.000	.184
10	1.000	.190
0 Axe du courant	.992	.188
-10	.990	.186
-20	.967	.187
-30	1 010	.193
-40	1.012	.196
Moyennes	1.000	.190

En dehors des zones singulières dues au sillage des lames de filtre, le courant présente encore de petites irrégularités dues aux autres causes énumérées ci-dessus.

A titre d'exemple, nous avons groupé dans le tableau VI les moyennes des rapports λ et μ relatives chacune à cinq rélévés faits autour de la vitesse de 20 m./sec. dans le plan vertical médian du courant d'air, en neuf points d'ordonnées z, répartis uniformément au-dessus et au dessous de l'axe du courant, ces points comprenant toutes la région pratiquement troublée autour de profil soumis aux expériences.

De ces observations, on peut déduire que les pressions locales subissant des variations de 3 % par rapport à la moyenne générale, les vitesses correspondantes subiront des variations de 1,5 %.

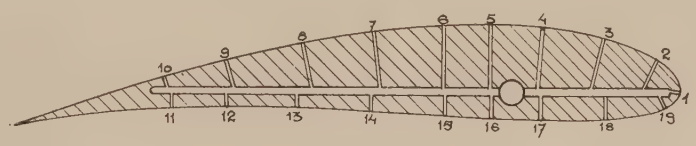
Ces chiffres fixent la meilleure approximation qu'il est raisonnable d'admettre dans la précision des résultats que nous fournira l'exploration du champ aérodynamique autour d'un profil sustentateur.

CHAPITRE III

MODÈLE EXPÉRIMENTÉ

I. — Description du modèle.

L'aile que nous avons utilisée pour nos expériences a une forme rectangulaire de 90 × 18 cm., d'un allongement égal à 5 par conséquent. Son profil, du type Joukowski, est représenté *figure* 36, à l'échelle 1/2, d'après son relevé au pantographe.



(Fig. 36) PROFIL EXPÉRIMENTÉ (RELEVÉ AU PENTOGRAPHE)

Cette aile était constituée par deux planchettes de bois, collées entre elles. Dans le but de mesurer les pressions locales, une série de petits canaux avaient été percés dans la section médiane de l'aile, normalement au profil, en des points désignés par 1, 2, 3... 19 sur la *figure* 36 (1). Ces petits canaux aboutissaient par un système de canalisations intérieures étanches, établi avant le collage des planchettes, à une tétine fixée perpendiculairement à une des faces marginales, et qui permettait de relier ainsi le système de canalisations à un manomètre. Un seul des trous 1, 2, 3... étant débouché, la pression qui s'établissait dans la canalisation intérieure, et qui était transmise au manomètre, était celle qui régnait dans le fluide au contact immédiat du trou débouché.

Les coordonnées x et y des différents trous, respectivement parallèles et normales à la corde de la face ventrale, sont contenues dans le tableau IX d'un des paragraphes suivants, relatif à la mesure de la pression locale dans la section médiane de l'aile.

Le tracé du profil choisi est indiqué sur la *figure* 37. Ce profil résulte de la transformation conforme suivant la fonction de Joukowski :

$$Z = \frac{1}{2}\left(z + \frac{a^2}{z}\right)$$

d'un cercle C_1 de centre M_1 et de rayon $a_1 = 100$ mm. sur le dessin original, avec les données complémentaires suivantes :

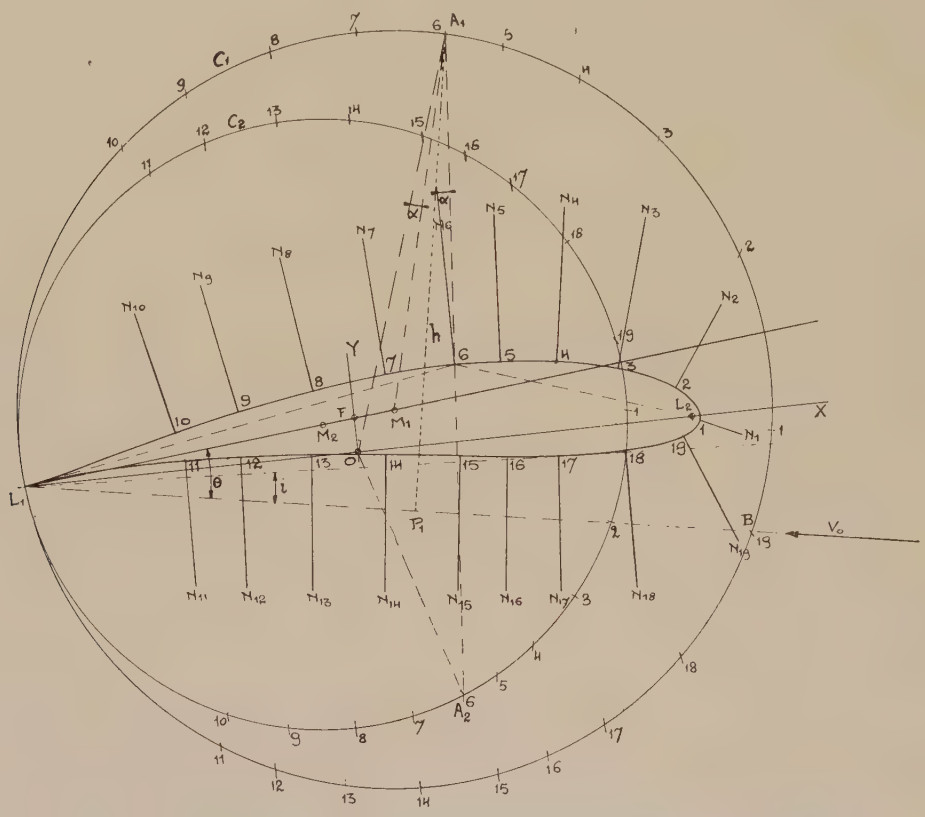
$$\frac{f}{a} = 10\ \% \qquad \frac{\delta}{a} = 12\ \%.$$

f étant le paramètre de courbure OF et δ le paramètre d'épaisseur FM, suivant les notations de Trefftz (2).

(1) Par la suite, pour faciliter un tracé correct des courbes des pressions locales, au voisinage du bord d'attaque, nous avons été amenés à percer deux autres trous 19′ et 1′ (entre les trous 19, 1 et 2) dont les coordonnées x et y sont aussi contenues dans le tableau IX.

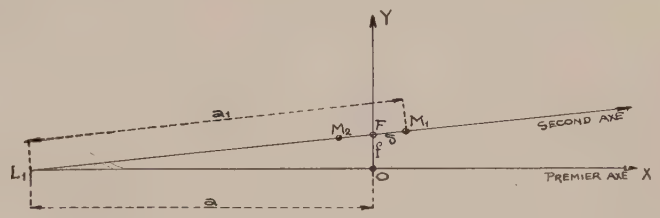
(2) Z. F. M., 31 mai 1913.

D'après ces données, la construction se présente suivant une marche un peu différente de celle indiquée par Trefftz. Ce dernier part, en effet, d'une longueur a donnée, tandis que nous partons d'un rayon a_1 connu qui est celui de la section circulaire du cylindre primitif autour duquel Joukowski suppose que se fait l'écoulement avec circulation.



(*Fig. 37*) CONSTRUCTION GÉOMÉTRIQUE DU PROFIL ET DE SES NORMALES

On trace (*fig.* 38) deux droites concourantes en un point L_1 et telles que l'une étant choisie comme axe des X (premier axe); l'autre (deuxième axe) soit inclinée sur la première d'un angle admettant comme tangente $\frac{f}{a}$, soit ici 10 %. Sur le deuxième axe, on prend à partir de L_1 une longueur $L_1 M_1$ égale au rayon a_1 adopté. Le point M_1 sera le centre du cercle de base C_1 de rayon a_1.



(*Fig. 38*)

La détermination de a se fera de la façon suivante. D'après Trefftz on a :

$$OL_1 = a \qquad OF = f \qquad FM_1 = \delta.$$

On doit donc avoir :

$$L_1 M_1 = \sqrt{\overline{OL_1}^2 + \overline{OF}^2} + FM_1$$

ou :

$$a_1 = \sqrt{a^2 + f^2} + \delta.$$

Et, d'après nos données du début, reliant f et δ à a :

$$a_1 = a\sqrt{1 + (0{,}10)^2} + 0{,}12\,a = 1{,}125\,a$$

D'où :

$$a = 88{,}9 \text{ mm.} \qquad f = 8{,}9 \text{ mm.} \qquad \delta = 10{,}65 \text{ mm.}$$

ce qui achève de fixer la position des points O et F par rapport à L_1 et M_1. Pour le tracé des profils, il faut de plus utiliser un cercle auxiliaire C_2, tangent à C_1 au point L_1 et dont le centre est en M_2 sur la droite $L_1 M_1$, de l'autre côté de F par rapport à M_1. La distance de M_2 au point F est donnée, d'une manière générale, par $a\dfrac{\delta}{a + 2\delta}$ soit ici par :

$$FM_2 = 88{,}9 \times \frac{0{,}12}{1{,}24} = 8{,}6 \text{ mm.}$$

Une fois tracés, les cercles C_1 et C_2, un point quelconque du profil (6, par exemple) s'obtiendra en prenant le milieu de la droite $A_1 A_2$ joignant deux points A_1 et A_2 tels que les rayons vecteurs OA_1 et OA_2 fassent un même angle avec l'axe OX, le point A_1 étant sur l'un des cercles C_1, par exemple, et le point A_2 sur C_2, ou inversement.

Nous avons complété le tracé du profil par celui des normales aux points 1, 2, 3... 19 de la *figure* 36. La construction de ces normales a été indiquée par M. Dupont, Ingénieur de l'Aéronautique (1). Dans cette construction, on joint un point du profil (6, par exemple) aux deux points L_1 et L_2 de l'axe OX, d'abscisses égales à $\pm a$ (*fig.* 37). La droite $A_1 A_2$ sur laquelle se trouve le point considéré du profil est la bissectrice de l'angle formé par les deux droites joignant ce point à L_1 et L_2. Quant à la normale N_6, elle fait avec $A_1 A_2$ un angle $\alpha = \widehat{OA_1 M_1}$. On peut donc la construire facilement.

La direction générale du courant d'air par rapport au profil étant celle indiquée par la flèche V_0, la droite de portance nulle est la ligne des centres $L_1 M_2 M_1$.

C'est donc à partir de cette droite qu'il faudra calculer les incidences β pour appliquer au profil la formule de la sustentation :

$$R = 2\pi\rho \,.\, a_1 \sin\beta\, V_0^2$$

en désignant par V_0 la vitesse à l'infini dans le plan du profil. Pour la commodité de nos expériences, nous avons mesuré les incidences à partir de la corde de la face ventrale. On pourra s'assurer d'après le tracé de la *figure* 37 que cette corde fait avec la droite de portance nulle un angle de 8°,4.

Pour la détermination théorique des pressions locales subies par le profil, il faut connaître les vitesses le long du contour de ce dernier. La méthode la plus commode de détermination de ces vitesses a été aussi donnée par Trefftz. Nous rappelons qu'elle est la suivante :

Le rapport $\dfrac{v}{V_0}$ de la vitesse locale à la vitesse à l'infini, en un point du profil, déduit du point A_1 du cercle C_1 (*fig.* 37), est donné par :

$$\frac{v}{V_0} = \frac{OA_1}{A_1 A_2} \cdot \frac{2h}{a_1} \qquad (a_1 = M_1 A_1)$$

h étant la longueur de la perpendiculaire $A_1 P_1$ abaissée du point A_1 sur la droite issue de L_1 et qui est parallèle à la direction générale de la vitesse V_0. La vitesse à la pointe arrière est donnée par

$$\frac{v}{V_0} = \frac{a}{a_1} \cos\beta \qquad \text{(Blumenthal, Z. F. M. 1913).}$$

---

(1) *Bulletin Technique n° 22*, Décembre 1924, Service Technique de l'Aéronautique.

Quant à la pression relative $\frac{\Delta p}{H}$, elle est donnée, comme on l'a vu page 32, par :

$$\frac{\Delta p}{H} = 1 - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2$$

car le fluide étant supposé parfait, le théorème de Bernoulli s'applique en tous les points du champ aérodynamique.

L'exemple de comparaison donné *figure* 20 est une application des considérations ci-dessus, au modèle que nous avons essayé.

Remarque. — Les deux points de vitesse nulle sur le cercle C_1 sont le point L_1 (commun à toutes les incidences) et le point B d'intersection de V_0 avec le cercle C_1. Ce point B est reporté sur le profil au point 19, où se trouve, par conséquent, ce que nous avons appelé le point de stagnation avant. Ce dernier change, bien entendu, de position sur le bord avant à mesure que V_0 change de direction par rapport au profil. Ainsi, pour la sustentation nulle, V_0 se confondant avec le deuxième axe $L_1 M_2 M_1$, on peut s'assurer que le point de stagnation avant serait compris sensiblement à mi-distance entre les points 1 et 2.

II. — Propriétés aérodynamiques de l'aile expérimentée.

a) *Mesures à la balance* (vitesse d'essai 20 m./sec.) — L'essai à la balance du Laboratoire, de l'aile adoptée, a donné les résultats contenus dans le tableau VII ci-dessous, où les coefficients unitaires sont rapportés à la pression génératrice de la vitesse et à la surface de l'aile.

Tableau VII

Angle d'installation de l'aile i	100 C_z	100 C_m	Résistance induite 100 C_{xi}	Résistance totale 100 C_{xt}		Résistance de profil 100 C_{xp}		Angles dans le vent		Angles induits
				Veine de 2m	Veine illimitée	Veine de 2m	Veine illimitée	Veine de 2m i_1	Veine illimitée i_2	Δi
-9°	-5.0	12.4	0	1.63	1.63	1.63	1.63	-9°0	-9°0	0°20
-6°	16.5	16.6	0.17	1.54	1.53	1.37	1.36	-5°96	-6°01	0°60
-3°	37.4	22.6	0.89	2.24	2.16	1.35	1.27	-2°91	-3°05	1°36
0°	58.0	27.4	2.15	3.59	3.39	1.44	1.24	0°13	-0°09	2°10
3°	79.5	33.2	4.02	5.44	5.05	1.42	1.03	3°20	2°90	2°90
6°	100	37.3	6.36	8.24	7.61	1.88	1.25	6°24	5°86	3°65
9°	120	42.8	9.18	11.74	10.84	2.56	1.66	9°28	8°84	4°38
12°	140	47.5	12.50	15.75	14.46	3.25	1.96	12°32	11°82	5°10
15°	161	49.5	16.55?	20.10	18.85	9.55?	2.30?	15°34	14°81	5°85
18°	161	52.7	16.55?	25.3	24.05	8.75?	7.50?	18°34	17°81	5°85

La première colonne du tableau contient la suite des incidences i sur l'horizontale que nous avons données à la corde de la face ventrale de l'aile, avant de mettre en route la soufflerie.

La deuxième colonne donne la série des coefficients absolus de sustentation que nous avons obtenus.

La troisième colonne donne les coefficients de moment par rapport au bord d'attaque, rapportés au produit de la surface de l'aile par sa profondeur et comptés positivement quand ils tendent à faire piquer l'aile autour du bord d'attaque.

La colonne suivante contient la liste des coefficients de résistance induite, pour une aile d'allongement $\lambda = 5$, calculés suivant la formule de Prandtl :

$$100\ Cx_i = \frac{1}{\pi \lambda} (100\ Cz)^2 \cdot 10^{-2}.$$

La colonne des résistances totales contient, d'une part, la liste des coefficients de résistance mesurés dans notre veine de 2 mètres de diamètre et, d'autre part, ceux que l'on en déduirait pour une veine de diamètre illimité en appliquant aux premiers la correction indiquée par Prandtl et qui, pour notre veine libre, consiste à retrancher aux coefficients de résistance totale la quantité :

$$\Delta C_x = 0{,}0402\ S\ .\ C_z^2\ .\ 10^{-2}$$

S étant la surface de l'aile en mètre carré (ici, $S = 0{,}90 \times 0{,}18 = 0{,}162\ m^2$).

Les deux colonnes des résistances de profil ont été obtenues en retranchant des chiffres des deux colonnes précédentes le coefficient de résistance induite.

Les différentes colonnes des angles i dans le vent proviennent des considérations suivantes :

Lorsqu'après avoir installé une aile à une inclinaison i^o sur l'horizontale (qui est aussi la direction du vent), on met en route la soufflerie, on constate que sous l'influence de la sustentation de l'aile, des flexions se produisent dans les pièces de la balance qui ont pour effet d'augmenter l'angle d'incidence proportionnellement à la sustentation, l'augmentation étant de $0^o{,}6$ lorsque la sustentation atteint 10 kg. Les angles d'incidences i_1 sur le vent que l'on obtient en introduisant cette correction sont inscrits dans la colonne relative à la veine de 2 mètres. Ce sont les angles réels d'incidence pendant l'essai.

Pour passer de la veine libre de 2 mètres à la veine illimitée, Prandtl a montré qu'il fallait réduire l'incidence d'une quantité qui, dans notre soufflerie et pour le modèle envisagé, s'exprime en degrés par :

$$0{,}0402\ S\ .\ C_z\ .\ 10^{-2} \times 57^o3$$

La correction, ainsi retranchée des incidences relatives à la veine de 2 mètres, donne les résultats i_2 inscrits dans la colonne de la veine illimitée. Il se trouve que cette dernière correction annule presque sensiblement la précédente.

Enfin, la dernière colonne contient les valeurs Δi de l'angle du courant descendant, induit par les tourbillons marginaux dans la théorie de l'aile d'allongement fini. Il est calculé par la formule de Prandtl :

$$\Delta i^0 = \frac{1}{\pi\lambda} \times C_z \times 57^o3.$$

Cet angle doit être retranché des angles précédents, pour obtenir, par cette différence, *l'incidence réelle de l'aile.*

Nous avons procédé à l'exploration du champ aérodynamique dans la section médiane de l'aile en installant cette dernière à *huit inclinaisons différentes correspondant à des valeurs rondes de* C_z, *allant de la sustentation nulle à la sustentation maximum.* Ces inclinaisons et les valeurs correspondantes des principaux coefficients sont données dans le tableau VIII ci-dessous.

TABLEAU VIII

ANGLE i D'INSTALLATION DE L'AILE (SENSIBLEMENT ÉGAL A L'ANGLE i_2 CORRESPONDANT A UNE VEINE ILLIMITÉE.)	-8°3	-6°1	-4°0	-1°9	0°2	4°5	9°0	16°5
ANGLE β COMPTÉ A PARTIR DE LA SUSTENTATION NULLE	0°	2°2	4°3	6°4	8°5	12°8	17°3	24°8
100 Cz	0	15	30	45	60	90	120	165
100 Cx total	1.53	1,54	1,92	2,67	3,72	6,88	11,74	22,45
100 Cx induit	0	0,14	0,57	1,29	2,29	5,16	9,17	"
100 Cx profil	1,55	1,40	1,35	1,38	1,43	1,72	2,57	"

b) *Mesure des pressions locales dans la section médiane de l'aile.* — Pour les huit incidences ci-dessus, nous avons mesuré à la vitesse de 20 m./sec., les pressions locales dans la section médiane de l'aile, aux différents points du contour numérotés 1, 2, 3... 19 sur la *figure* 36. Ces pressions sont inscrites dans le tableau IX, où sont également données les coordonnées x et y (voir plus haut) des différents trous.

TABLEAU IX

RAPPORTS $\frac{\Delta p}{H}$ DES PRESSIONS LOCALES SUR L'AILE A LA PRESSION GENERATRICE DU COURANT D'AIR

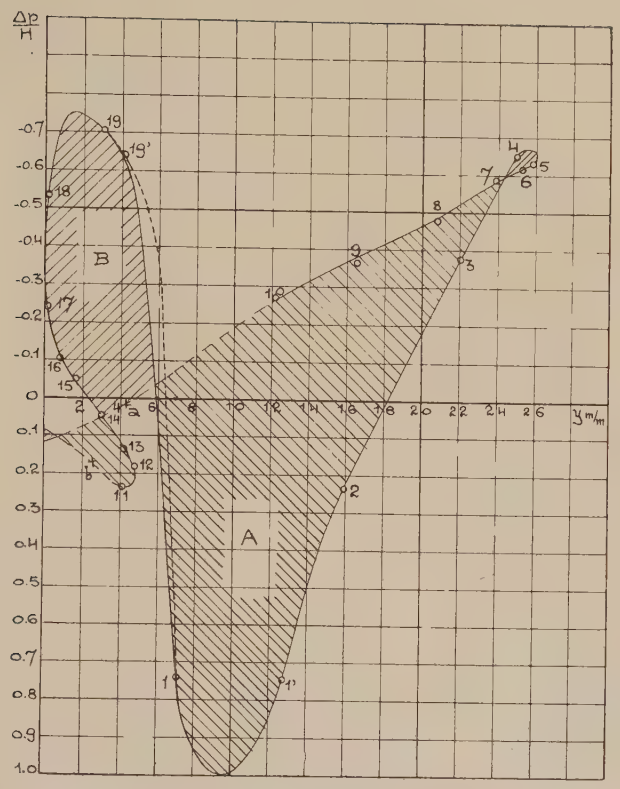
	Position des trous			Inclinaisons i d'installation de l'aile sur l'horizontale							
	N° des trous	Coordonnées x m/m	Coordonnées y m/m	$-8°3$	$-6°1$	$-4°$	$-1°9$	$0°2$	$4°5$	$9°0$	$16°5$
Face dorsale	1	0	7.1	-0.152	0.377	0.740	0.950	1.000	0.800	-0.156	-2.120
	2	6	16.0	0.670	0.472	0.237	-0.020	-0.350	-1.060	-1,870	-2.870
	3	21	22.0	-0.190	-0.194	-0.375	-0.584	-0.800	-1.230	-1,770	-1.920
	4	37	25.0	-0.260	-0.420	-0.650	-0.795	-0.950	-1.280	-1.680	-1.520
	5	52	25.9	-0.390	-0.500	-0.630	-0.775	-0.875	-1.125	-1,400	-1.220
	6	64	25.3	-0.417	-0.520	-0.615	-0.715	-0.820	-1.040	-1,100	-0.690
	7	82.5	23.9	-0.440	-0.530	-0.590	-0.670	-0.670	-0.890	-0.950	-0.475
	8	102	20.8	-0.365	-0.415	-0.475	-0.540	-0.615	-0.640	-0.680	-0.462
	9	122	16.5	-0.303	-0.345	-0.360	-0.392	-0.420	-0.465	-0.435	-0.510
	10	139	12.2	-0.230	-0.280	-0.270	-0.260	-0.280	-0.310	-0.290	-0.510
Face ventrale	11	137	4.2	0.186	0.194	0.234	0.261	0.289	0.330	0.349	0.322
	12	122	4.8	0.128	0.156	0.180	0.215	0.229	0.297	0.345	0.340
	13	103.5	4.2	0.055	0.096	0.135	0.168	0.205	0.270	0.340	0.356
	14	84	3.0	-0.030	0.020	0.045	0.112	0.156	0.230	0.327	0.380
	15	64	1.7	-0.177	-0.106	-0.050	0.020	0.094	0.180	0.302	0.408
	16	51.5	0.7	-0.280	-0.119	-0.099	-0.070	0.046	0.160	0.300	0.440
	17	38	0.1	-0.496	-0.400	-0.242	-0.169	-0.038	0.151	0.335	0.510
	18	20	0.2	-1.05	-0.750	-0.534	-0.337	-0.154	0.158	0.430	0.660
	19	45	3.0	-1.72	-1.250	-0.710	-0.250	0.077	0.630	0.910	0.960
Points supplémentaires	1'	1.5	12.7	0.94	0.875	0.745	0.465	0.136	-0.870	-2.22	-3.770
	19'	3	4.2	-1.86	-1.180	-0.645	-0.105	0.255	0.810	0.98	0.845

La courbe de la *figure* 39 représente pour l'angle $i = -4°$, choisi comme exemple, les variations de $\frac{\Delta p}{H}$ en fonction des abscisses x et celle de la *figure* 40, les mêmes variations tracées en tonction des ordonnées y des divers trous.

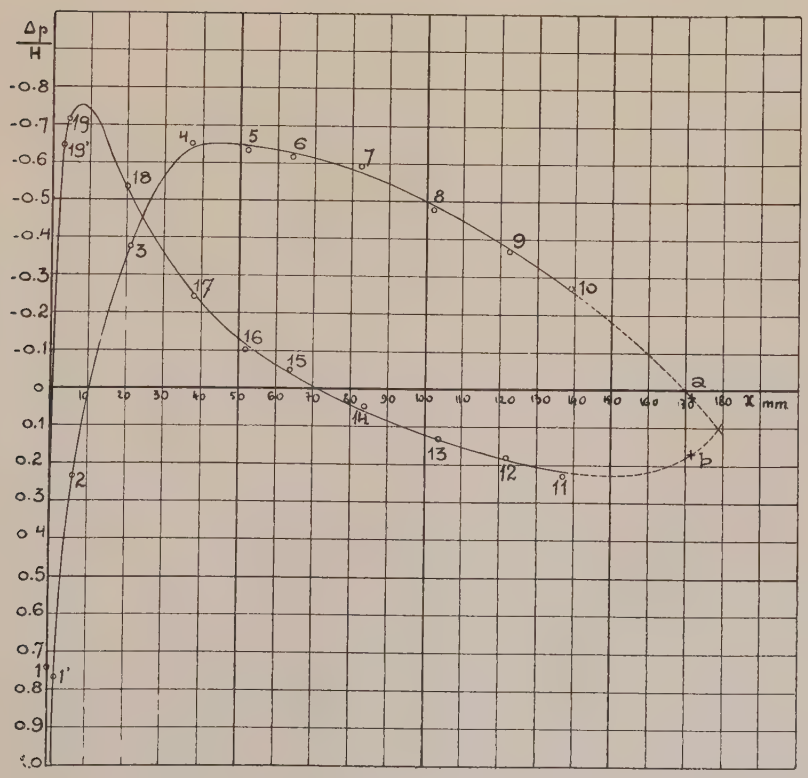
On sait que la surface $\int \frac{\Delta p}{H} dx$ de la première courbe est proportionnelle au coefficient C_N de la composante normale à la corde du profil, de la poussée totale dans la section médiane et que la surface $\int \frac{\Delta p}{H} dy$ de la deuxième est proportionnelle au coefficient C_T de la composante parallèle à la corde.

Le coefficient C_N est déterminé assez exactement par ce procédé, mais il n'en est pas de même du coefficient C_T. Si l'on se reporte à la *figure* 40, on verra que ce dernier est finalement proportionnel à la différence des sommes des surfaces hachurées telles que A et B, que l'on distingue sur cette figure par l'inclinaison différente des hachures. Le procédé n'est pas susceptible d'une grande précision, car il règne souvent une légère incertitude sur la pente de la ligne qui, sur la *figure* 40, joint les points 1 et 19′ (1). Cette incertitude

(1) Nous avons figuré en pointillé un autre tracé possible.



(Fig. 40) DIAGRAMME POUR LE CALCUL DE C_T



(Fig. 39) DIAGRAMME POUR LE CALCUL DE C_N

provient de ce que, sur un modèle réduit, dans la région du bord d'attaque, on ne peut pas rapprocher suffisamment les trous où la pression est relevée. D'ailleurs, dans ces régions, le gradient de pression est très élevé et la pression transmise doit finalement dépendre de la dimension des trous.

Les derniers points d'expérience dans notre modèle sont les points 10 (dos de l'aile) et 11 (dessous de l'aile). Nous avons prolongé les courbes dans le voisinage du bord de sortie en utilisant les pressions relevées à 9 mm. en avant de ce bord, en deux points a et b d'une aile métallique de même profil qui avait déjà fait l'objet d'études expérimentales au Laboratoire Eiffel (1). Ces pressions sont les suivantes :

	i	— 8°3	— 6°1	— 4°0	— 1°9	0°2	4°5	9°0	16°5
a ($x = 167{,}5$, $y = 4{,}4$	$\Delta p =$	0,04	0,02	0,02	0,01	0,00	0,00	—0,14	—0,45
b ($x = 167{,}5$, $y = 2{,}6$	$\overline{H} =$	0,15	0,16	0,17	0,175	0,18	0,20	0,17	0,04

Dans ces conditions, nous avons déduit des courbes tracées, les coefficients C_N et C_T contenus dans le tableau X ci-dessous.

TABLEAU X

ANGLES i D'INSTALLATION DE L'AILE	100 C_N	100 C_T	SECTION MÉDIANE DE L'AILE		VALEURS MOYENNES D'APRÈS LES MESURES À LA BALANCE	
			100 C_z	100 C_x	100 C_z	100 C_x
-8°3	-0.3	1.44	-0 1	1.46	0	1.55
-6°1	14.6	3.84	14 9	2.27	15	1.54
-4°0	32.3	4 70	32.5	2.43	30	1.92
-1°9	48.8	4.82	49.0	3.21	45	2.67
0°2	65 0	2.90	65.0	4.09	60	3.72
4°5	98.0	-0.92	97.7	6 70	90	6.88
9°0	126.0	-8.6	125.8	10.95	120	11.74
16°5	132.0	-20.1	132.3	16.75	165	22.45

De ces coefficients, nous avons repassé aux coefficients C_z et C_x par les formules usuelles de transformations :

$$C_z = C_N \cos i - C_T \sin i \qquad\qquad C_x = C_T \cos i + C_N \sin i.$$

Les coefficients C_z et C_x, *valables pour la section médiane* de l'aile, sont aussi contenus dans le tableau X. Pour faciliter les comparaisons, nous avons fait figurer dans le même tableau les valeurs moyennes de C_z et C_x, *pour l'ensemble de l'aile*, obtenues dans les essais à la balance.

On remarquera que la valeur nulle de C_z se présente pour $i = -8°{,}3$ sensiblement, valeur en accord remarquable avec celle de $-8°{,}4$ déduite du tracé géométrique du profil (*fig.* 37).

(1) *Bulletin Technique n° 22*, Service Technique de l'Aéronautique.

Le coefficient C_z de la section médiane est tout d'abord le même que celui de l'aile entière. Pour les angles de — 4 à 9°, il est un peu supérieur à ce dernier; pour l'angle de 16°,5, il est beaucoup plus faible. Ces faits sont en accord avec les phénomènes connus de répartition de pression le long de l'envergure d'une aile rectangulaire. Pour l'angle de 16°,5, la divergence provient de ce que nous nous trouvons à la sustentation maximum de l'aile et l'on sait que pour ce régime, la réaction verticale de l'air a déjà diminué dans la section médiane.

Quant aux coefficients C_x, il est difficile de tirer de leur comparaison des conséquences trop absolues, car le coefficient C_x de la section médiane n'est pas connu avec une très bonne approximation, étant donnée l'incertitude qui règne sur la valeur exacte de C_T, incertitude à laquelle nous avons fait allusion plus haut. Les coefficients C_x de la section médiane devraient, d'ailleurs, être augmentés de la quantité $100\ C_x = 0{,}80$ environ pour tenir compte du frottement. Dans ces conditions, on devrait en conclure que la résistance à l'avancement de la partie centrale est plus élevée que la résistance moyenne de l'aile, sauf, bien entendu, lorsque l'on s'approche du C_z maximum.

CHAPITRE IV

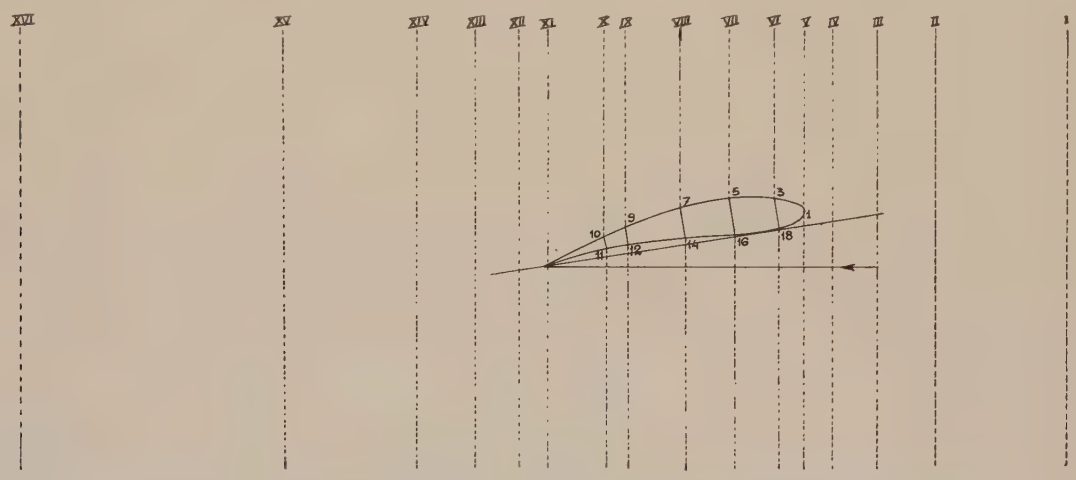
CHAMP AÉRODYNAMIQUE AUTOUR DU PROFIL (1)

Les observations ont été faites dans les seize sections verticales représentées *figure* 41, dans leurs positions relatives par rapport au profil.

Les sections I à V, situées en avant du bord d'attaque, étaient respectivement à 18, 9, 5, 2 et 0 cm. de ce dernier.

Les sections XI à XVI, situées en arrière de l'aile, étaient respectivement à 0, 2, 5, 9, 18 et 36 cm. en arrière du bord de fuite.

Les sections intermédiaires VI à X étaient situées à l'aplomb des trous de relevé de pression numérotés sur la *figure* 41 et, en gros, à des distances de 2, 5, 8,3, 12,2 et 13,7 cm. en arrière de la section V passant par le trou 1 du bord d'attaque, ces distances variant légèrement suivant l'inclinaison du profil.



(Fig. 41) POSITIONS RELATIVES DU PROFIL ET DES SECTIONS OÙ ONT ÉTÉ FAITES LES OBSERVATIONS

Tous nos résultats d'essais sont donnés en Annexe dans des tableaux numériques.

Nous nous contenterons de souligner, dans ce Chapitre, les principaux caractères de l'écoulement que l'observation révèle. Pour cet exposé, nous distinguerons trois portions successives du champ aérodynamique, à savoir : le champ en avant du bord d'attaque, le champ au-dessus et au-dessous de l'aile, et le champ en arrière du bord de fuite.

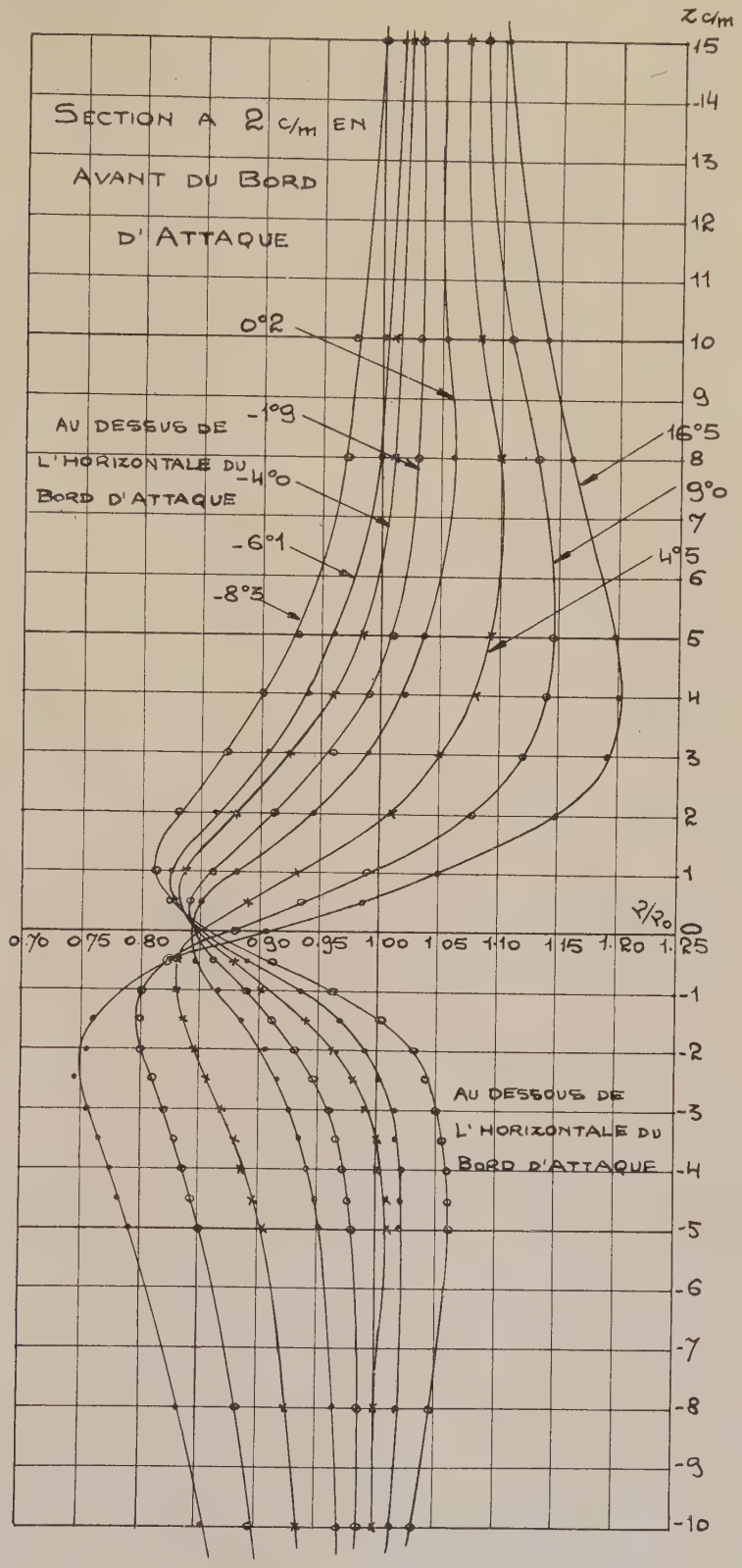
I. — Champ aérodynamique en avant du bord d'attaque.

Dans la section à 18 cm. en avant du bord d'attaque, l'air n'est troublé sensiblement que pour les angles de 9° et 16°,5, pour lesquels on constate des variations de vitesse de ± 3 % et des ascendances locales du courant de 3° à 4°,5 au maximum dans la région située à la hauteur du bord d'attaque.

(1) Le mémoire que nous présentons était en cours d'impression lorsque nous avons eu connaissance d'un travail de MM. Bryant et Williams, publié dans les *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* (1925 Vol 225 p. 199) et concernant l'exploration du champ aérodynamique autour d'un profil sustentateur, c'est-à-dire relatif à un sujet de même nature que celui que nous traitons ici.

Nous donnons, à la fin de ce Chapitre IV (page 72) un petit résumé du travail des deux savants anglais.

Ces troubles augmentent progressivement, d'une façon continue, en intensité et en étendue, au fur et à mesure que l'observation est faite dans des régions plus voisines du



(*Fig. 42*) VITESSES LOCALES RELATIVES $\frac{v}{V_0}$ A 2 CM. EN AVANT DU PROFIL

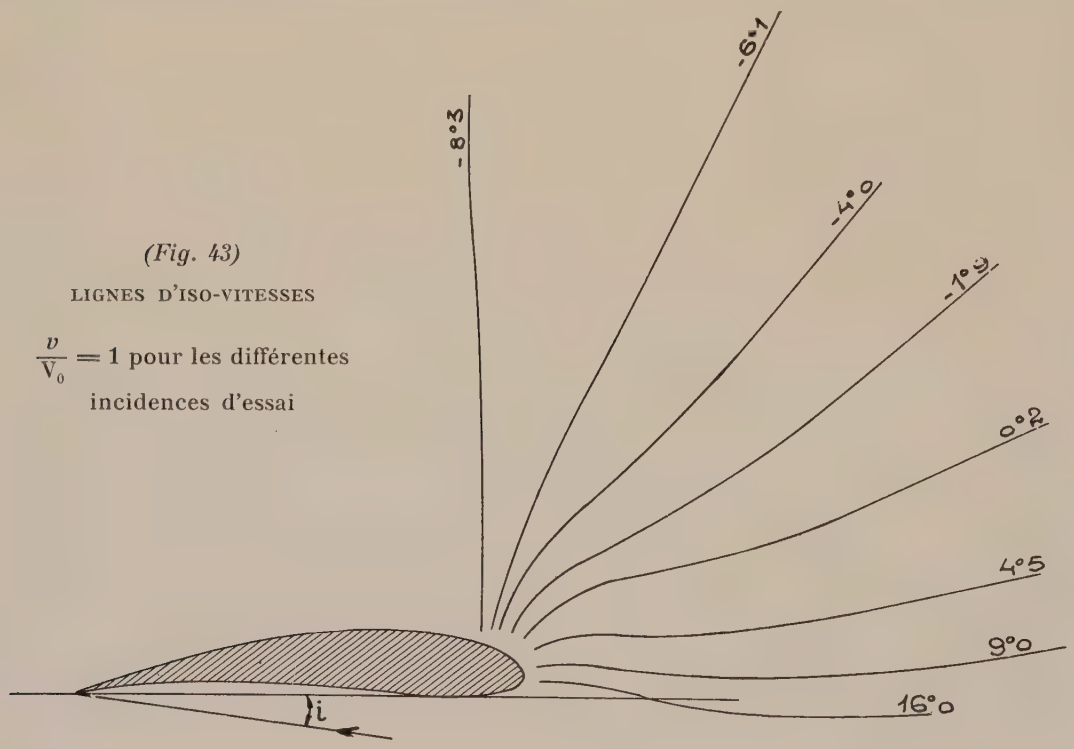
bord d'attaque et ils se rencontrent alors pour des incidences de plus en plus réduites. Sur la *figure* 42, nous reproduisons un diagramme résumant les observations de vitesses dans la section située à 2 cm. en avant du bord d'attaque et pour les huit incidences d'essais.

Sur tous les diagrammes de ce genre que nous reproduirons, nous portons en ordonnées z, la distance verticale du point d'observation au niveau origine (dans l'exemple de la *figure* 42, ce niveau est l'horizontale passant par le trou 1 du bord d'attaque) et en abscisses le rapport $\frac{v}{V_0}$ de la vitesse locale à la vitesse générale du courant non troublé. Dans les régions où le théorème de Bernoulli s'applique, on peut en déduire facilement la pression relative $\frac{\Delta p}{H}$ par l'application de la formule établie au Chapitre II :

$$\frac{\Delta p}{H} = 1 - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2.$$

C'est le cas notamment pour tout le champ aérodynamique en avant du profil. Dans ces conditions, pour tous les points où $\frac{v}{V_0} > 1$ on a : $\frac{\Delta p}{H} < 0$ donc *dépression.* Au contraire, dans les régions où $\frac{v}{V_0} < 1$ on a : $\frac{\Delta p}{H} < 0$ *donc surpression* ou, autrement dit, compression du fluide.

Si nous revenons à la *figure* 42, on voit que les vitesses relatives $\frac{v}{V_0}$ présentent, en général, pour toutes les incidences, une même valeur de l'ordre de 0,85 pour un point situé à la hauteur du bord d'attaque et qu'elles offrent toutes un maximum et un minimum dont



(Fig. 43)

LIGNES D'ISO-VITESSES

$\frac{v}{V_0} = 1$ pour les différentes incidences d'essai

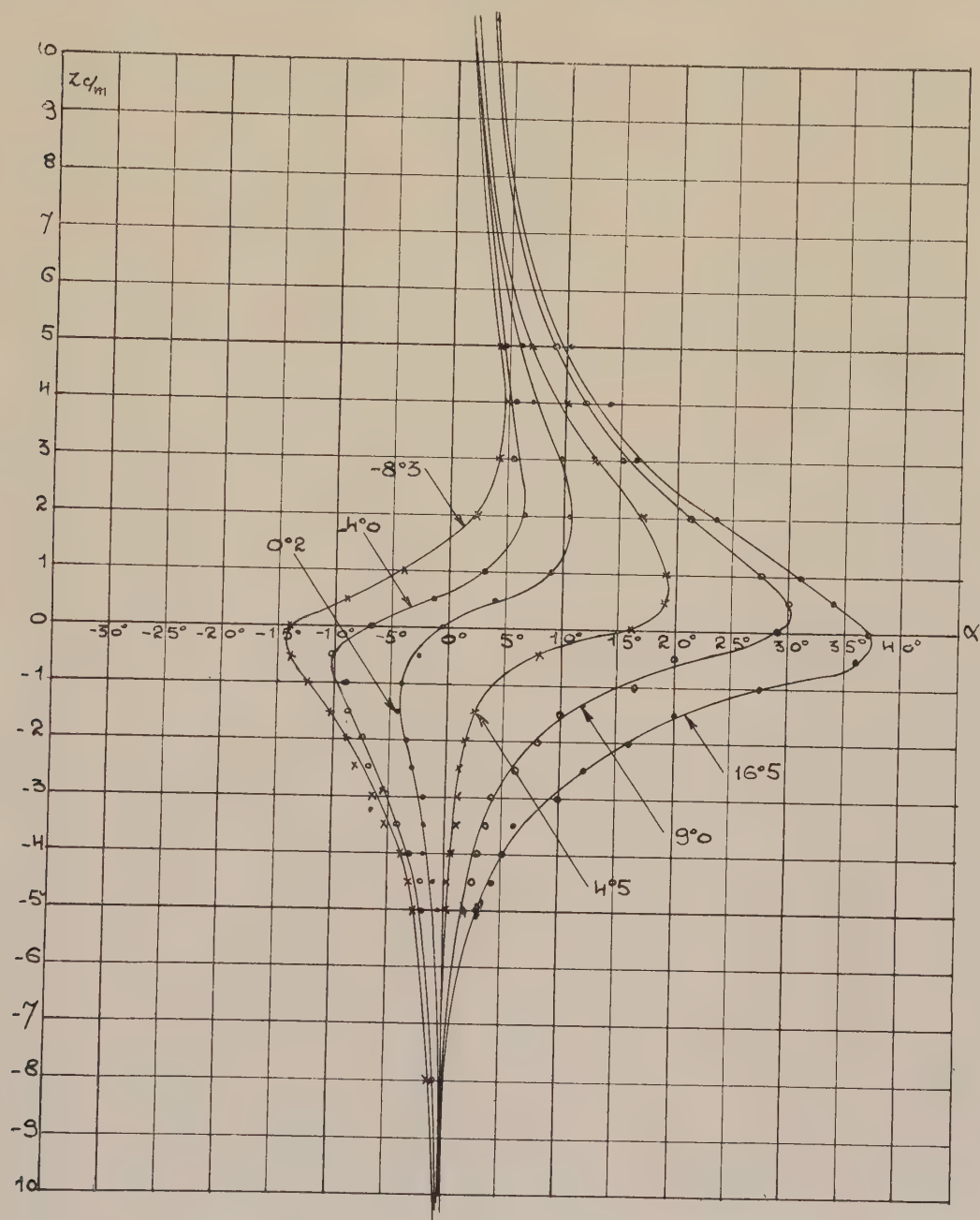
l'importance varie avec l'incidence et atteint $\pm$ 20 à 25 % pour l'incidence de 16°,5.

Les écarts de vitesses s'atténuent peu à peu à mesure que l'on s'écarte en dessus ou en dessous du bord d'attaque et l'on s'approche de la valeur $\frac{v}{V_0} = 1$ suivant une loi d'allure hyperbolique qui rejette à l'infini la distance où le trouble a rigoureusement cessé. Pratiquement parlant, à une hauteur z égale à deux fois la profondeur de l'aile, l'importance du trouble est souvent de l'ordre de grandeur des erreurs d'expériences et nous n'avons pas jugé utile d'étendre au-delà nos observations.

Sur la portion de courbe comprise entre le maximum et le minimum de $\frac{v}{V_0}$ se trouve un point bien défini pour lequel $\frac{v}{V_0} = 1$. Les lieux de ces points $\frac{v}{V_0} = 1$ pour les huit incidences d'essai sont donnés sur la *figure* 43. Ces iso-vitesses séparent les régions de dépression et de compression à l'avant de l'aile. On voit qu'entre la sustentation nulle et la

sustentation maximum, ces lignes d'iso-vitesses ont des directions moyennes qui varient d'un angle de 90° environ. *Pour les angles utiles en aviation, qui s'étendent de — 6° à 0° environ dans notre exemple, les iso-vitesses* $\frac{v}{V_0} = 1$ *sont nettement dirigées vers le haut.*

On rencontre aussi en dessous du bord d'attaque une région d'iso-vitesses $\frac{v}{V_0} = 1$, mais elle est due à la forme en double courbure de la face ventrale; elle n'existe pas pour



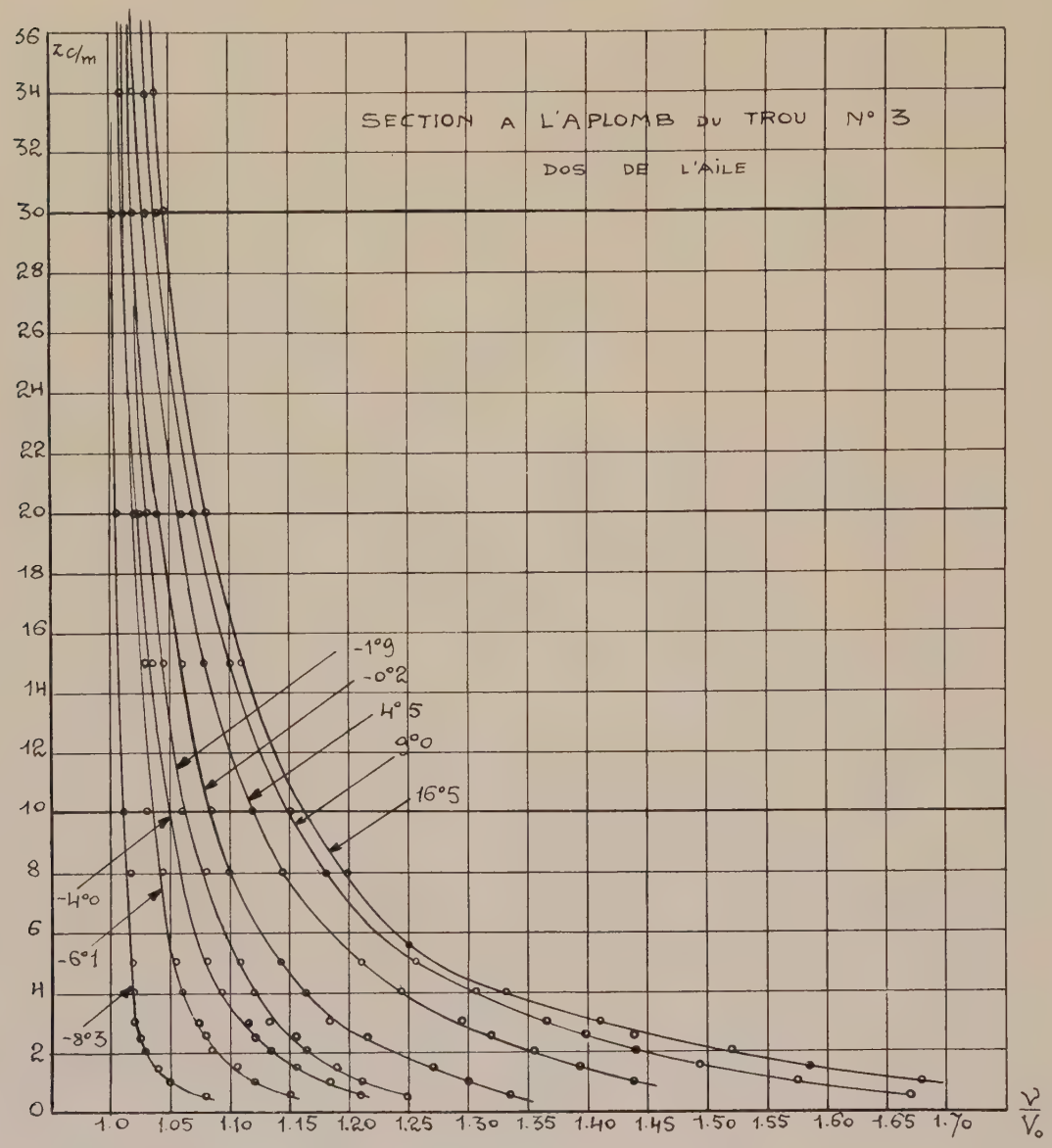
(*Fig. 44*) INCLINAISONS LOCALES α A 2 CM. EN AVANT DU PROFIL

toutes les incidences et ne doit vraisemblablement pas se conserver pour tous les profils.

Quand on s'approche de plus en plus du bord d'attaque, tous les phénomènes décrits plus haut s'exagèrent, comme on peut s'en rendre compte par les chiffres contenus dans les tableaux numériques de l'Annexe. Ainsi, à 10 mm. au-dessus du point 1 du profil, nous avons observé à 16°,5, un rapport $\frac{v}{V_0}$ de 1,57 et à 15 mm. au-dessous du même point, un rapport $\frac{v}{V_0}$ égal à 0,55.

Dans le champ aérodynamique à l'avant de l'aile et au voisinage de celle-ci, le courant éprouve des déviations considérables. A titre d'exemple, nous reproduisons, sur la *figure* 44, en fonction de z, la variation des angles α d'inclinaison des divers filets à leur passage dans la section située à 2 cm. en avant du bord d'attaque ($\alpha > 0$ courant ascendant; $\alpha < 0$ courant descendant). Pour conserver plus de clarté, nous avons supprimé les courbes relatives à deux inclinaisons intermédiaires de l'aile.

La connaissance du champ en avant du profil est utile pour la résolution correcte de



(Fig. 45) VITESSES LOCALES RELATIVES $\frac{v}{V_0}$ AU-DESSUS DU PROFIL, A 2 CM. ENVIRON EN ARRIÈRE DU BORD D'ATTAQUE

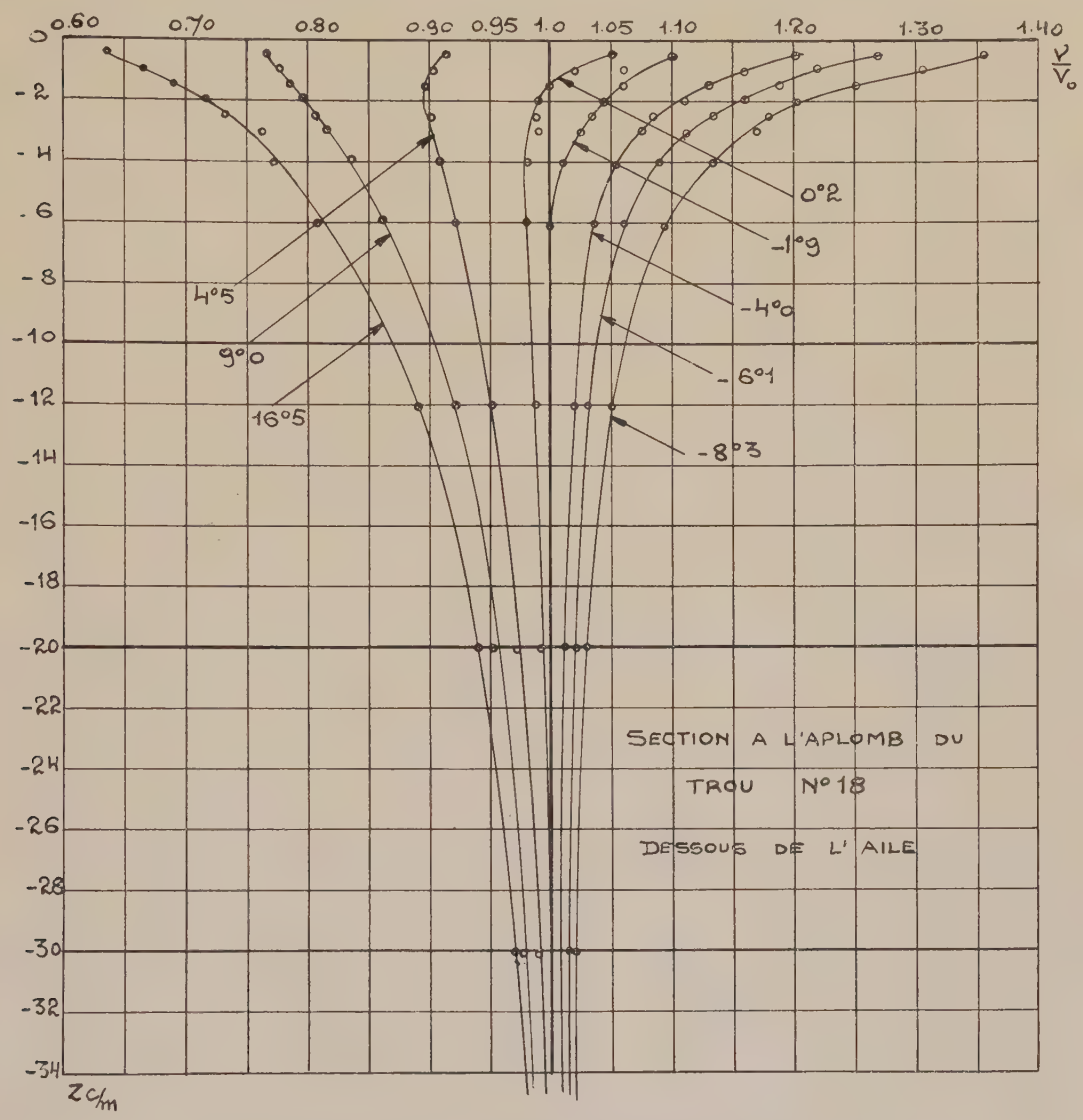
certains problèmes pratiques intéressant l'aviation. Dans cette ordre d'idées, nous citerons l'adaptation des hélices et des moulinets et les corrections qu'il faut apporter aux indicateurs de vitesse et de direction, placés généralement un peu en avant du bord d'attaque. Les diagrammes d'ensemble que nous donnons plus loin fourniront une documentation utile pour la résolution pratique de ces problèmes.

Au point de vue théorique, le caractère le plus saillant nous paraît être le fait, vérifié par nos mesures, de *l'exactitude du théorème de Bernoulli dans toute cette partie du champ aérodynamique et même dans les régions où l'air subit les plus violentes déviations.*

II. — Champ au-dessus et au-dessous du profil.

Dans les régions situées au-dessus et au-dessous du profil, les caractères généraux de l'écoulement sont les mêmes que dans la partie avant, sauf au voisinage immédiat de la surface.

A titre d'indication, nous reproduisons *figure* 45 les courbes de variations de $\frac{v}{V_0}$ dans la section située au-dessus de l'aile, à l'aplomb du trou n° 3, à 2 cm. environ en arrière du bord d'attaque, où les phénomènes présentent leur maximum d'intensité. Les observations



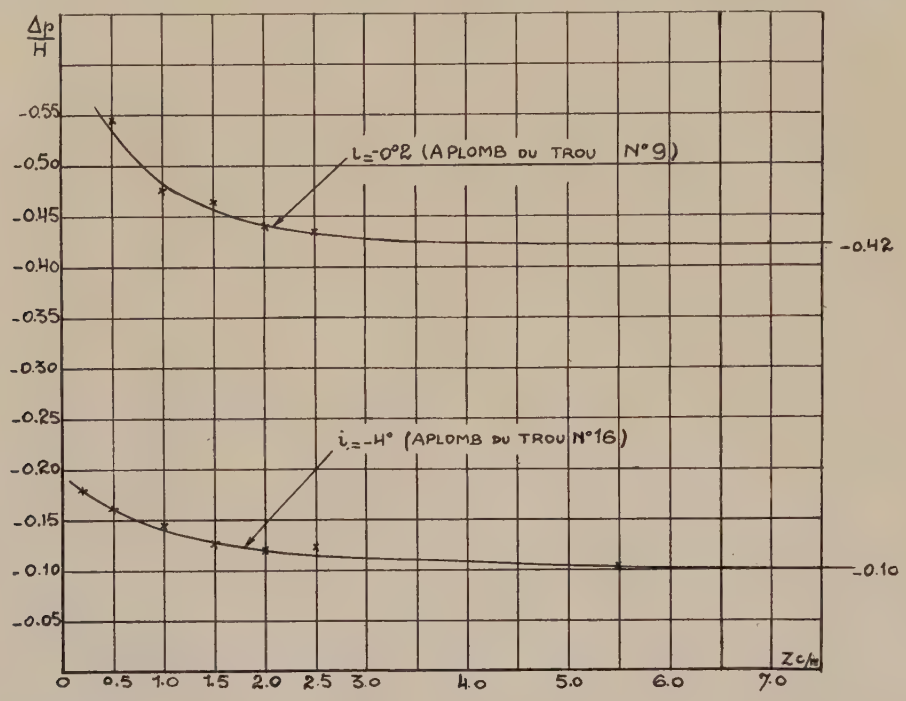
(*Fig. 46*) VITESSES LOCALES RELATIVES $\frac{v}{V_0}$ AU-DESSOUS DU PROFIL, A 2 CM. ENVIRON EN ARRIÈRE DU BORD D'ATTAQUE

n'ont pas été poussées jusqu'au contact même de la face dorsale ($z = 0$), mais jusqu'à 5 mm. de cette dernière seulement pour rester en dehors de la zone d'inter-action de la sonde et de la surface (voir plus loin). Le maximum du rapport $\frac{v}{V_0}$ observé atteint 1,70. On voit par l'allure des courbes que la vitesse décroît très rapidement dès que l'on commence à s'écarter du dos de la voilure pour ne plus varier ensuite que suivant la loi hyperbolique signalée plus haut.

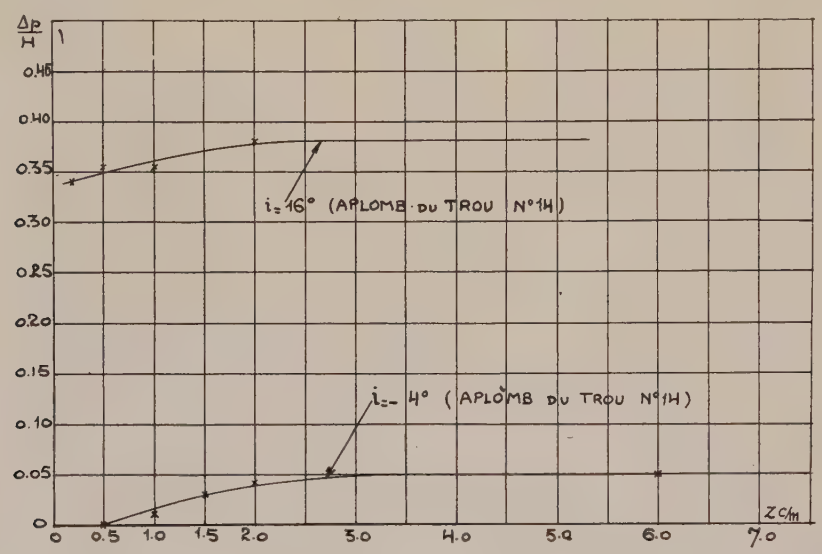
La *figure* 46 donne, pour la même section, la variation du rapport $\frac{v}{V_0}$ dans les régions du dessous de l'aile. On voit que, suivant les incidences, les rapports $\frac{v}{V_0}$ sont

supérieurs ou inférieurs à 1, c'est-à-dire que la section se trouve dans des zones de dépression ou de compression, car le théorème de Bernoulli s'applique dans tout ce champ exploré autour de l'aile.

Les réseaux de courbes des *figures* 45 et 46 sont particulièrement typiques et ils représentent bien les phénomènes de vitesse au-dessus et au-dessous de l'aile avec la réserve que toutes les variations s'atténuent considérablement dès que l'on se rapproche du bord de fuite.



(Fig. 47) EFFET D'INTER-ACTION DE LA SONDE ET DU PROFIL DANS UNE RÉGION DE DÉPRESSION

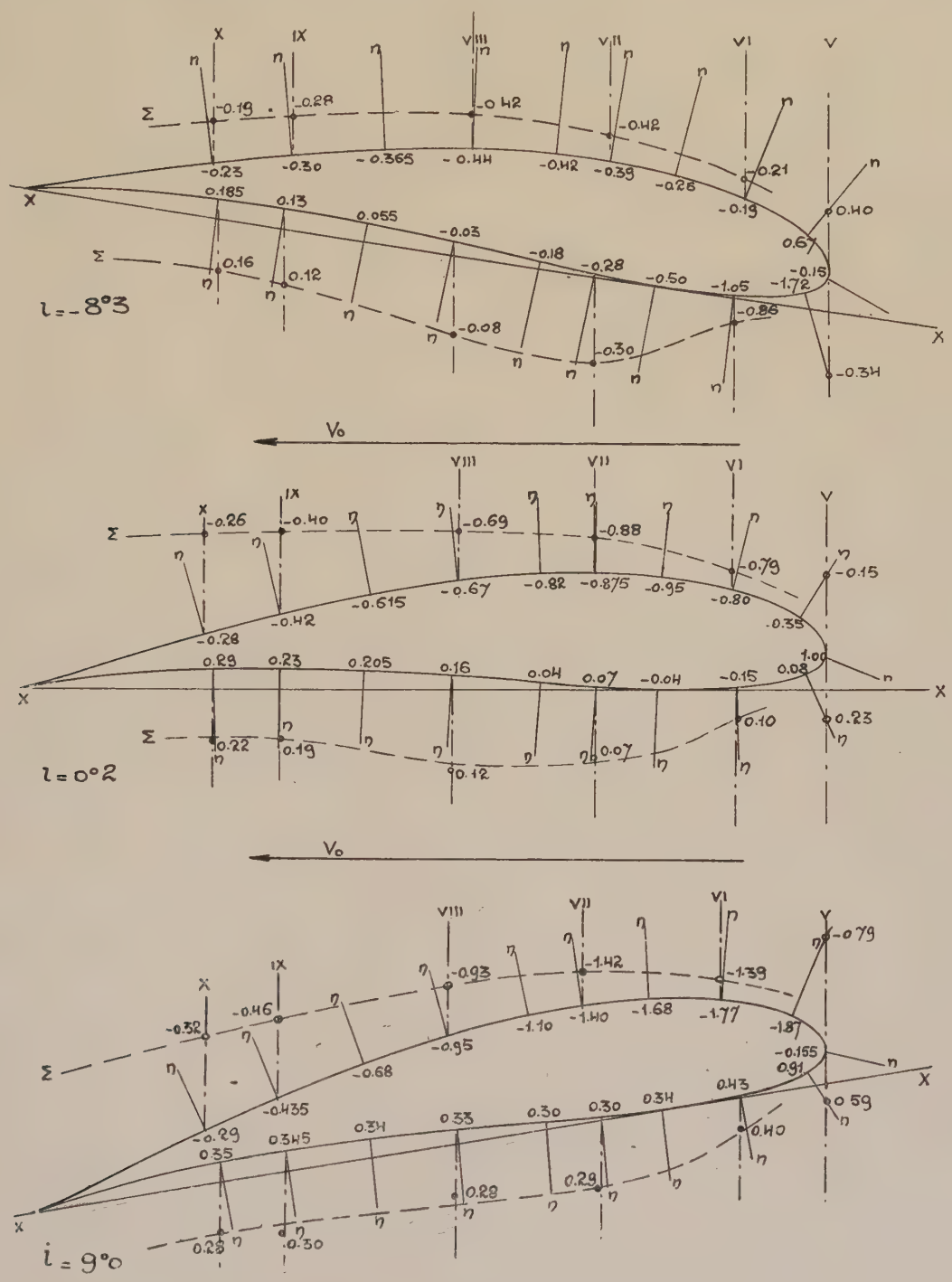


(Fig. 48) EFFET D'INTER-ACTION DE LA SONDE ET DU PROFIL DANS UNE RÉGION DE COMPRESSION

Zone d'inter-action de la sonde et du profil. — Nous avons indiqué au Chapitre II (voir *fig.* 25), le procédé par lequel nous pensons avoir mis en évidence l'inter-action de la sonde et de la surface; il consiste à observer les modifications aux pressions sur la surface elle-même, apportées par le voisinage de la sonde.

Les *figures* 47 et 48 donnent des exemples de variations particulièrement élevées des pressions relatives $\frac{\Delta p}{H}$, obtenues dans des régions de *dépression* (*fig.* 47) ou de *compression* (*fig.* 48). Les abscisses sont les distances verticales en centimètres de la sonde à la surface.

On voit que l'approche de la sonde exagère les dépressions et réduit les compressions. Pour les exemples donnés sur ces deux figures, l'inter-action commencerait à se faire sentir à une distance de 20 à 25 mm. de la surface. L'expérience montre que cette distance dépend essentiellement du point considéré sur le profil, mais qu'elle varie peu suivant l'incidence. Sur la *figure* 49, nous avons reproduit, pour trois incidences types, les limites



(Fig. 49) PRESSIONS LOCALES SUR LE PROFIL ET SUR LA ZONE LIMITE Σ

Σ à partir desquelles l'inter-action commence à se faire sentir d'une manière un peu sensible, comme au point Z = 20 mm. des figures précédentes. L'une de ces incidences (— 8°,3) correspond à la sustentation nulle, l'autre (9°) sensiblement à la sustentation maximum dans la partie centrale, et l'incidence intermédiaire (0°,2) à la sustentation, déjà élevée, de 100 C_z = 65 , pour la partie centrale également.

Sur la même figure, nous avons reporté les différentes normales au profil (voir *fig.* 37) ainsi que l'amorce des sections verticales le long desquelles nous avons fait nos observations. D'après la hauteur z d'intersection de ces surfaces avec la surface Σ, on peut connaître la pression $\frac{\Delta p}{H}$ sur Σ. La comparaison de cette pression avec celle transmise directement par les trous percés sur la surface peut donner une indication sur la variation de la pression de la zone comprise entre Σ et le profil.

Toutes ces pressions $\frac{\Delta p}{H}$ étant inscrites sur la *figure* 49, on peut voir finalement que *les gradients de pression* $\frac{\partial p}{\partial n}$ *le long des normales au profil, sont excessivement faibles dans la zone d'inter-action. Il n'est donc pas nécessaire d'explorer le courant d'air jusqu'au contact même de la surface pour connaître les pressions qui règnent sur cette dernière.*

Ces résultats apportent une justification expérimentale à une conséquence que nous avons signalée (Ch. I, p. 26), des équations de M. Girault concernant le mouvement des fluides visqueux. Autour du bord avant, les variations $\frac{\partial p}{\partial n}$ paraissent plus élevées, mais la courbures des filets n'y étant pas négligeable, il est logique, d'après les mêmes équations, que la viscosité y fasse sentir plus fortement son action (1).

Il peut paraître surprenant que la petite sonde exerce ainsi une influence à une distance relativement très grande de la surface, aussi, nous semble-t-il plus naturel d'admettre que la sonde fait sentir directement son action sur la couche tourbillonnaire qui sépare la zone « d'eau morte » de celle de l'écoulement général. Par l'approche de la sonde, la veine fluide serait progressivement étranglée entre la sonde et la couche tourbillonnaire, la vitesse du fluide serait ainsi augmentée, ce qui exagèrerait les dépressions et réduirait les compressions sur la couche tourbillonnaire, cette dernière se bornant à transmettre sa nouvelle pression, suivant une loi analogue à la loi hydrostatique, à travers la zone d'eau morte jusqu'à la surface proprement dite du profil.

Quoiqu'il en soit, il résulte de ces expériences que le champ aérodynamique au-dessus et au-dessous du profil se partage en deux régions de caractères bien distincts. Dans l'une, comprise entre le profil et la surface Σ, les variations de pression le long des normales à la surface semblent absolument négligeables, bien que la vitesse du fluide doive éprouver des variations considérables du fait de la viscosité. Dans l'autre région, extérieure à Σ, l'écoulement du fluide se fait suivant la loi de Bernoulli et la pression relative $\frac{\Delta p}{H}$ est liée à la vitesse par la relation :

$$\frac{\Delta p}{H} = 1 - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2$$

Dans cette dernière région, les inclinaisons α des filets suivent des lois bien régulières et les mouvements tourbillonnaires ne s'observent qu'à l'intérieur ou au voisinage immédiat de Σ et vers l'arrière du profil.

Remarque I. — L'existence d'une zone où la diminution de vitesse n'est pas compensée par une augmentation de pression est la cause des décollements que l'on constate sur le dos des ailes, dans les ajutages trop fortement divergents et, en général, dans tous les cas où un fluide doit s'écouler de lui-même d'une région de basse pression vers une région de pression plus élevée. Pour vaincre cette dernière, le fluide dispose de son énergie cinétique :

$$\left(P + \frac{1}{2}\rho V^2 = Cte\right)$$

---

(1) Cette vérification est d'autant plus intéressante que les équations de M. Girault sont établies dans l'hypothèse la plus simple de la mécanique des fluides visqueux, hypothèse dans laquelle on admet que les efforts élémentaires de la viscosité sont simplement proportionnels aux premières puissances des dérivées $\frac{\partial u}{\partial y}$ et $\frac{\partial v}{\partial x}$ de la vitesse.

mais si sa vitesse est détruite en mouvements tourbillonnaires locaux, sans augmentation correspondante de pression, il est bien évident que le mouvement général vers les zones de haute pression ne peut pas avoir lieu intégralement. Des éléments de fluide, à vitesse ainsi réduite sont, au contraire, repoussés des régions de plus haute pression vers celles de pression plus faible : c'est le phénomène du décollement.

Remarque II. — Nous pouvons faire au sujet de la couche tourbillonnaire au contact de la surface la même remarque que celle déjà indiquée au Chapitre II (p. 38) à propos du sillage des lames de filtres, à savoir que les mouvements tourbillonnaires intenses, dont cette couche est le siège, sont amortis excessivement vite dans un plan normal à leur axe et, qu'en fait, à une distance du profil de l'ordre du centimètre, on ne les décèle pratiquement plus.

Il est fort heureux qu'il en soit généralement ainsi, car étant données les différences de détail dans les installations des Laboratoires aérodynamiques, différences portant sur les filtres, les parois solides ou non des veines fluides, les supports de modèles, etc., si tous les mouvements tourbillonnaires se propageaient au loin, normalement à l'axe des tourbillons, nous enregistrerions des différences de résultats incomparablement plus élevées que celles que nous observons en fait.

Remarque III. — L'existence d'une sorte de gaine fluide, de contour peu défini, mais enveloppant le profil et à partir de laquelle les pressions se transmettent intégralement au profil, suivant une normale à ce dernier, explique pourquoi les ailes de profils les plus divers donnent des sustentations du même ordre de grandeur pour une même incidence effective β, comptée à partir de la sustentation nulle.

II. — Champ à l'arrière du profil.

Le champ à l'arrière du profil est caractérisé par un affaiblissement très rapide des troubles portant sur la grandeur de la vitesse et sur celle de la pression, ces grandeurs continuant à varier suivant la loi de Bernoulli, sauf dans une zone relativement étroite dénommée le sillage. Cette région prend naissance à la hauteur du bord de fuite, de part et d'autre de ce dernier, et s'étend à une distance indéfinie en arrière du profil. Les perturbations portant sur la *direction* de la vitesse s'étendent toutefois beaucoup en dehors du sillage proprement dit.

Dans le sillage même, on constate de fortes variations de vitesses, mais les mesures montrent qu'elles ne s'accompagnent d'aucune variation sensible de pression suivant la normale aux filets comme cela était déjà le cas dans la zone « d'eau morte » autour du profil. La cause ici en est, sans doute, que les lignes de courant étant sensiblement rectilignes, les rayons de courbure R et R′ qui entrent dans les équations intrinsèques de M. Girault sont excessivement grands, ce qui entraîne pratiquement, même en tenant compte de la viscosité :

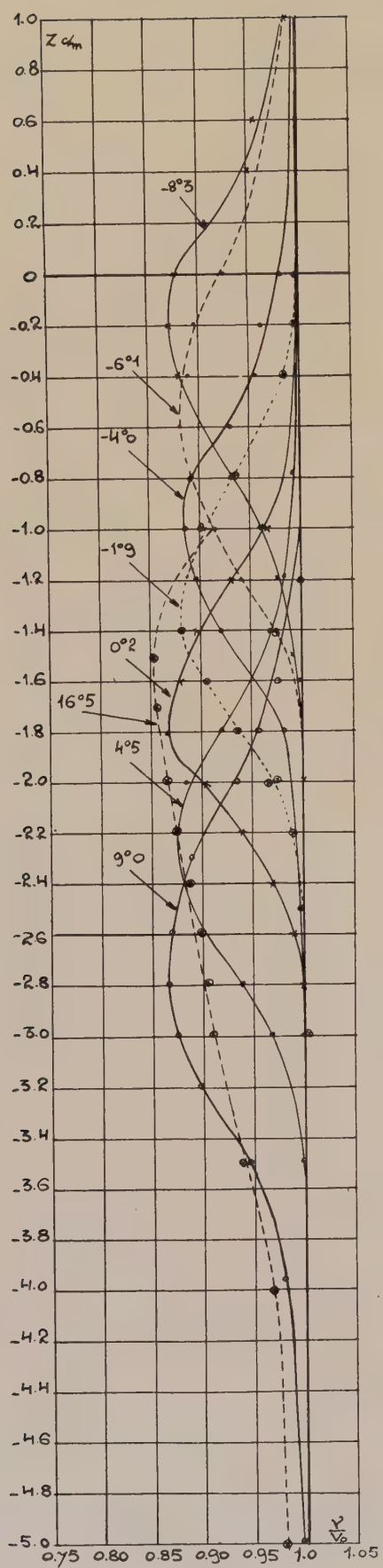
$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0.$$

La variation de la vitesse avec l'incidence de l'aile dans une section donnée, est représentée sur la *figure* 50 relative à la section située à 18 cm. en arrière du bord de fuite.

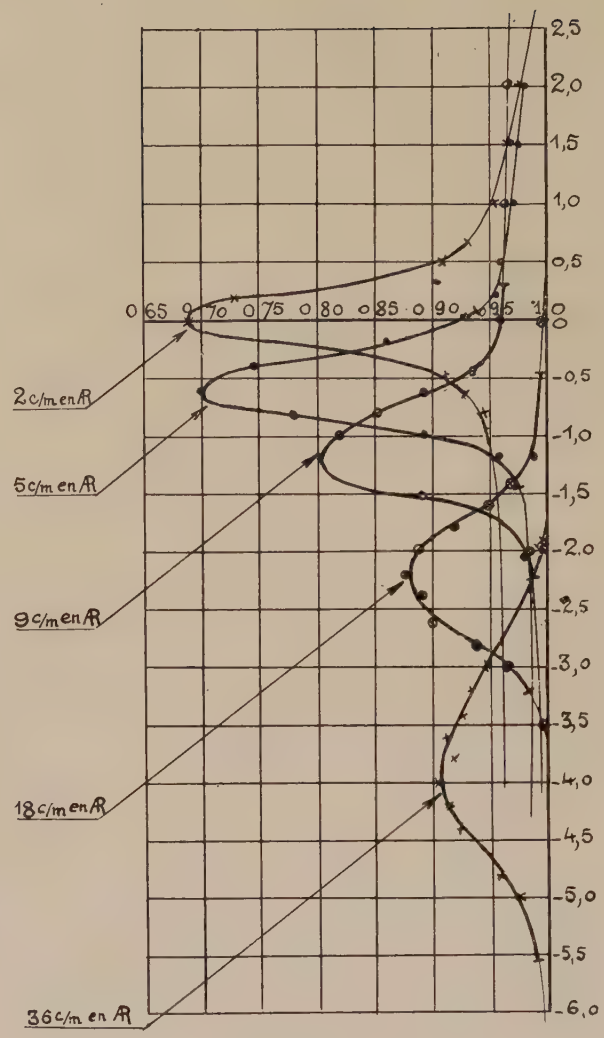
On voit que les courbes $\frac{v}{V_0}$ conservent une même forme et que la *réduction maximum de vitesse est sensiblement la même pour toutes les incidences.* Les courbes sont de plus en plus décalées vers le bas à mesure que l'incidence augmente, ce qui est naturel étant donné que le courant est de plus en plus descendant.

Sur la *figure* 51, nous donnons, à titre d'exemple, la répartition en hauteur de la zone de sillage et des vitesses qu'on y rencontre *au fur et à mesure qu'on s'éloigne du profil.* L'incidence choisie est de 4°,5; les cotes z, représentées à grande échelle, sont les distances verticales des points d'observation au plan horizontal passant par le bord de fuite.

Chacune de ces courbes est composée d'un trait fort, prolongé par des traits fins. *Le trait fort est relatif à la région où le théorème de Bernoulli cesse de s'appliquer.* Les traits fins, au contraire, concernent des régions où le théorème de Bernoulli s'applique encore et



(Fig. 50)



(Fig. 51)

(Fig. 50) VITESSES RELATIVES $\frac{v}{V_0}$
dans le sillage, à 18cm en arrière du bord de fuite,
pour diverses incidences de l'aile

(Fig. 51) VITESSES RELATIVES $\frac{v}{V_0}$
dans le sillage, à différentes distances du bord de fuite,
pour l'incidence de 4° 5

où la diminution de vitesse est compensée par une augmentation correspondante de la pression. La pression qui règne dans le sillage est en moyenne celle fournie par la loi de Bernoulli appliquée aux vitesses correspondant aux extrémités des traits forts, comme on le verra aussi d'après les tableaux numériques de l'Annexe.

La *figure* 51 montre que la *hauteur du sillage augmente lentement* à mesure que l'on s'écarte de l'aile pendant que les inégalités de vitesse à l'intérieur du sillage tendent à s'atténuer. En même temps, par suite de la déviation des filets, la région où se produit le minimum de vitesse s'abaisse de plus en plus.

On peut vérifier que les minima de vitesse du sillage dans les diverses sections explorées se distribuent dans l'espace en arrière du profil, sensiblement suivant une droite issue du bord de fuite et inclinée vers le bas sur la direction initiale V_0 du courant d'air, d'un angle γ plus ou moins élevé selon la sustentation. Ainsi, pour l'aile que nous avons choisie dans nos essais, et pour toutes les incidences jusqu'à l'incidence de 4°5 ($C_z = 0{,}90$) on a presque rigoureusement :

$$\gamma^0 = -(1^0 + 6{,}0\, C_z)\,(1)$$

Par exemple, pour la section à 36 cm. (deux cordes) en arrière du bord de fuite, on a, pour la cote $Z\,(cm)$ du minimum de vitesse :

i	— 8° 3	— 6° 1	— 4° 0	— 1° 9	0° 2	4° 5	9°
C_z	0	0,15	0,30	0,45	0,60	0,90	1,20
Z observé (*cm*).....	— 0,7	— 1,2	— 1,5	— 2,4	— 3,2	— 4,0	— 5,0
Z d'après la formule (*cm*).....	— 0,6	— 1,2	— 1,7	— 2,3	— 2,9	— 4,0	— 5,2

ce qui montre bien l'accord des résultats expérimentaux avec la formule empirique ci-dessus.

Au lieu d'exprimer l'angle γ en fonction de C_z, il peut paraître plus naturel de l'exprimer en fonction de l'incidence β, comptée à partir de la sustentation nulle. On arrive alors à :

$$\gamma^0 = -(1^\circ + 0{,}42\,\beta^0)\ .$$

Plus on s'écarte de la sustentation nulle, meilleur devient l'accord de la formule précédente avec la suivante qui est remarquablement simple et que l'on pourra adopter si l'on veut seulement se fixer l'ordre de grandeur de l'angle γ.

$$\gamma = -\beta/2\ .$$

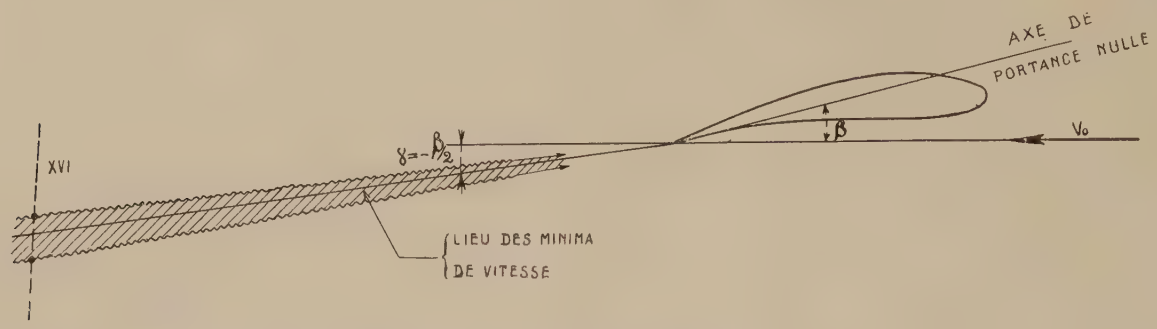
Le sillage conserve une forme qui varie peu avec l'incidence tant que l'on reste au-dessous de la sustentation maximum. Ces limites supérieure et inférieure sont sensiblement rectilignes; elles paraissent partir de points encadrant le bord de fuite à 5 mm. tout au plus, au-dessus et au-dessous de ce dernier. Pour achever de le définir, nous dirons que dans la dernière section explorée, à 36 cm. en arrière de l'aile et pour $C_z \leq 0{,}90$, la hauteur du sillage reste voisine de 24 mm., sa limite supérieure se présentant à 10 mm. au-dessus du minimum de vitesse et sa limite inférieure à 14 mm. au-dessous de ce minimum.

La *figure* 52 représente, à l'échelle du profil, la zone de sillage telle que nous venons de la définir. Cette zone ne change sensiblement pas de forme suivant l'incidence; elle s'incline seulement plus ou moins suivant l'angle β considéré.

Un élément important pouvant, *a priori*, influer sur le rapport de γ à β est l'allongement de l'aile.

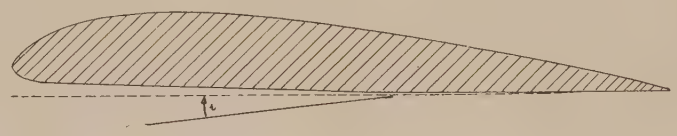
(1) La constante de — 1° est peut-être due à la forte dissymétrie de notre profil. Il est bien certain que ponr un profil symétrique biconvexe, elle devrait disparaître.

Nous avons fait dans le but d'éclaircir ce point, quelques mesures avec différentes ailes d'un autre profil, représenté *figure* 53. Nous sommes partis d'une aile rectangulaire de 175 cm. d'envergure et de 17,5 cm. de profondeur, ayant ainsi un allongement de 10, que



(Fig. 52) REPRÉSENTATION SCHÉMATIQUE DE LA ZONE DE SILLAGE
pour l'aile Joukowski d'allongement égal à 5

nous avons réduite successivement à n'avoir plus qu'un allongement de 8, puis de 6, 5, 4, 3, 2, 1, en découpant chaque fois des portions attenant aux bords marginaux. Dans chacun des cas, en maintenant l'aile à une incidence $i = 8°7$, nous avons exploré la zone de sillage, dans le plan médian de l'aile réalisée et le long d'une verticale située à une distance du bord de fuite égale à deux fois la corde, soit à 35 cm.



(Fig. 53) PROFIL E. 422

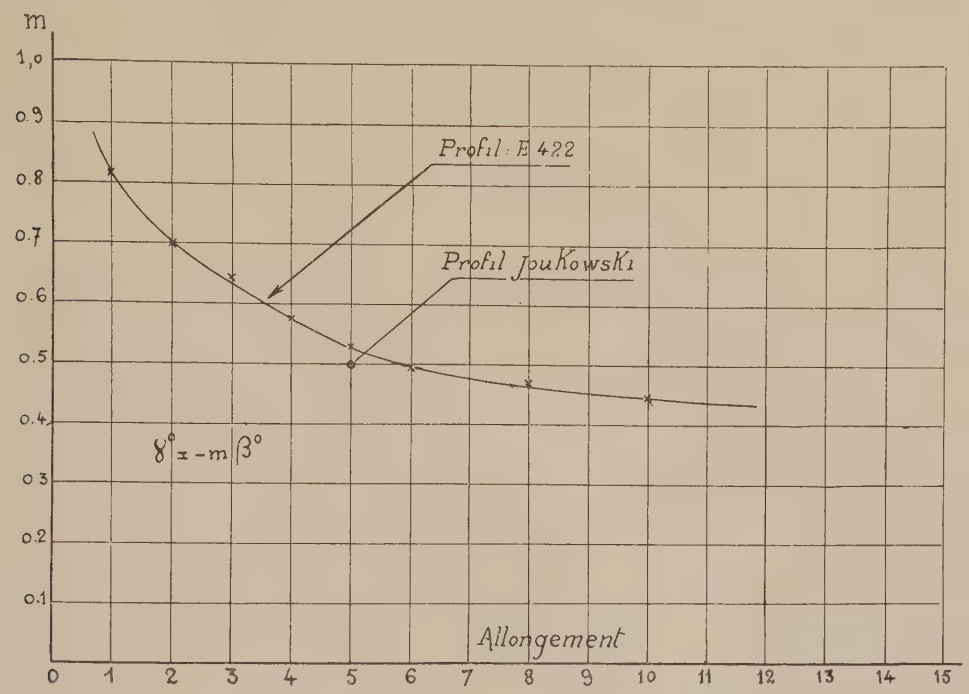
En admettant pour ce profil les résultats généraux obtenus avec l'aile Joukowski qui a fait l'objet de nos recherches principales, à savoir que les minima de vitesse dans le sillage se distribuaient suivant une droite issue du bord de fuite du profil, nous avons pu déterminer pour chaque allongement l'inclinaison γ cherchée.

TABLEAU A

Allongements	Cz	Angles $\beta°$ de poussée nulle β_0	Angle effectif d'incidence β $\beta = 8°7 - \beta_0$	Ordonnées Z/cm du minimum de vitesse à 2 cordes = 35cm en arriere de l'aile.	$tg\,\gamma = \frac{z}{35}$	γ	Coéfficient m $m = \frac{\gamma}{\beta}$
1	0,366	- 3°8	12° 5	- 6,3 cm	- 0,180	- 10°2	0,815
2	0,580	- 4°2	12° 9	5,5	0,158	9° 0	0,700
3	0,728	- 4° 5	13° 2	5,2	0,149	8° 5	0,645
4	0,822	- 4° 7	13° 4	4,7	0,134	7° 7	0,575
5	0,905	- 4° 8	13° 5	4.4	0,126	7°2	0,530
6	0,950	- 4° 9	13° 6	4.1	0,118	6° 4	0,494
8	1,000	- 5° o	13°7	3.9	0,112	6° 3	0,470
10	1,020	- 5° o	13°7	3.3	0,094	6° 1	0,447

D'autre part, la détermination de la polaire de chacune des ailes, nous a permis de définir l'angle β et le Cz correspondant à $i = 8°7$ et de dresser finalement le tableau A ci-dessus :

La courbe de la *figure* 54 reproduit la variation du coefficient m de la formule $\gamma = m\,\beta$ en fonction de l'allongement. Nous avons joint à cette courbe le point relatif à l'allongement 5 et au profil Joukowski. On voit ainsi que la forme du profil a relativement peu d'influence sur la valeur de m, mais que, par contre, l'allongement a une importance considérable, le sillage étant d'autant plus abaissée que l'allongement est plus faible.



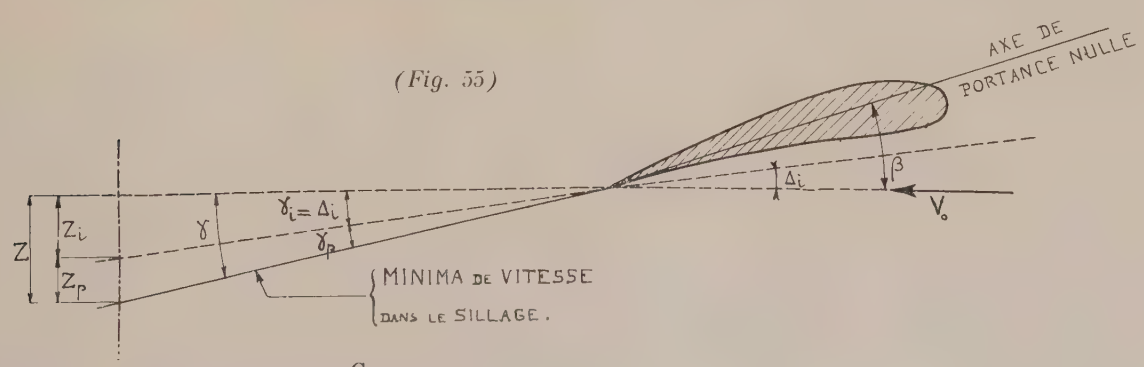
(Fig. 54) VARIATION AVEC L'ALLONGEMENT du coefficient m de la formule : $\gamma = m\,\beta$

Dans le sillage, le minimum de vitesse relative $\frac{v}{V_0}$ observé, avec l'aile E 422, a été de l'ordre de 0,90 *quel que soit l'allongement* et la répartition des vitesses autour de ce minimum a été la même pour tous les cas et analogue à celle représentée *figure* 50, l'effet de la réduction de l'allongement se traduisant finalement par des déplacements de courbes semblables à ceux que produit l'augmentation d'incidence sur les diagrammes de la *figure* 50.

On peut se demander si la prise en considération de *l'angle induit* de Prandtl ne pourrait pas expliquer au moins en partie les variations de m. On peut introduire cet angle induit de la façon suivante.

L'existence d'une vitesse induite ayant pour effet de placer l'aile dans un courant d'air

(Fig. 55)



descendant d'un angle $\Delta i = \frac{C_z}{\pi \cdot \lambda}\,57°3$ (λ, allongement de l'aile) on peut décomposer l'ordonnée Z du minimum de vitesse (*fig.* 55) en deux parties, l'une Z_i représentant l'action du courant induit et l'autre Z_p celle du profil proprement dit :

$$Z = Z_i + Z_p \ .$$

La valeur de Z_i peut se calculer aisément pour chaque allongement et chaque sustentation donnée. En effet, par exemple, dans la section à 35 cm. en arrière du bord de fuite, on a :

$$Z_i = 35\ cm \times \operatorname{tg} \Delta i\ .$$

Quant à la valeur de Z_p on la déduira de Z_i et de Z par :

$$Z_p = Z - Z_i\ .$$

L'application de ces considérations simples aux ailes d'allongements de 1 à 10 que nous avons essayées à l'incidence unique de $i = 8°7$ conduit au tableau B ci-dessous, dont quelques éléments sont empruntés au tableau A précédent.

TABLEAU B

Allongements	1	2	3	4	5	6	8	10
Cz	0,366	0.580	0.728	0.822	0.905	0.950	1.000	1.020
$\Delta i = \gamma i$	6° 7	5° 3	4° 4	3°7	3° 3	2°9	2°3	1° 85
Z total à d = 35cm	6.3 cm	5.50	5.20	4.70	4.40	4.10	3.90	3.30
Z induit à d = 35cm	4.1 cm.	3.25	2.70	2.35	2.02	1.60	1.40	1.10
Zp à d = 35cm	2.2 cm.	2.25	2.5	2.35	2.40	2.50	2.50	2.20

Ce tableau montre que l'on arrive à 1 ou 2 mm. près, c'est-à-dire dans les limites des erreurs d'expériences, à une valeur constante de Z_p, *quel que soit l'allongement.*

L'angle γ_p (*fig.* 55) est pareillement constant : on peut vérifier qu'il est en moyenne de l'ordre de 0,30 β (plus exactement 0,29 β).

On a donc :

$$\gamma_p = m_1\ \beta = 0{,}30\ \beta\ .$$

Cette loi a été établie en partant d'une aile donnée (du profil E. 422), dont on a réduit successivement l'envergure, mais il est possible que γ_p dépende aussi du profil choisi.

On peut avoir une première indication sur ce point particulier en se reportant à l'essai de notre aile Joukowski, d'allongement 5, avec les résultats d'essais de laquelle on peut reconstituer le tableau C ci-dessous :

TABLEAU C

i	-8°3	-6°1	-4°0	-1°9	0°2	4°5	9°0
Cz	0	0,15	0,30	0,45	0,60	0,90	1,20
β	0°	2°2	4°3	6°4	8°5	12°8	17°3
$\Delta i = \gamma i$ (Allongement 5)	0°	0°55	1°09	1°64	2°19	3°26	4°38
Z total à 36cm	0,60 cm.	1.2	1,7	2,3	2,9	4.0	5,2
Zi à 36 cm	0 cm.	0,4	0,65	1,0	1,35	2,0	2,75
Zp à 36 cm	0,60 cm	0,8	0,9	1,3	1,55	2,00	2,45
γ_p (fig. 55)	1°0	1°3	1°5	2°0	2°5	3°2	4°0
$\gamma_p/\beta = m_1$	»	0,59	0,35	0,31	0,29	0,25	0,23

On voit par les résultats de ce tableau que la valeur de γ_p donnée plus haut :

$$\lambda_p = 0{,}30\ \beta$$

peut encore être considérée comme la moyenne de celles obtenues aux diverses incidences avec le profil Joukowski, exception faite pour les incidences voisines de la portance nulle, pour lesquelles la loi approchée de la proportionnalité de γ à β, tombe d'ailleurs en défaut, comme nous l'avons dit plus haut. D'ailleurs, pour ces incidences, les angles γ et β sont eux-mêmes très petits et une légère erreur sur le facteur de proportionnalité sera souvent, en pratique, sans importance.

En résumé, la considération de l'angle induit semble conduire à la formule empirique :

$$\gamma_p = 0{,}30\ \beta$$

qui doit pratiquement s'appliquer quel que soit l'allongement et quelle que soit l'incidence et qui doit, par conséquent, constituer une limite de γ pour les très grands allongements. Cette formule pourrait être utilisée à défaut du diagramme de la *figure* 54; ce dernier conduirait toutefois plus rapidement au résultat cherché, puisqu'il donne immédiatement le coefficient global permettant de calculer la somme :

$$\gamma = \gamma_i + \gamma_p \ .$$

Déflection des filets en arrière d'une aile.

Pour terminer l'examen du champ en arrière du profil, nous dirons encore quelques mots de la déviation α des filets dans cette région.

Cette déviation α appelée aussi « *déflection* » est évidemment liée à la sustentation et à l'allongement. Nous l'avons toujours trouvée du même ordre de grandeur que l'angle γ. On pourra donc prendre aussi :

$$\alpha = m\beta \ .$$

Sans doute, cette déviation éprouve quelques irrégularités dans la zone même du sillage où reviennent en contacts les couches fluides qui avaient été séparées par le profil sustentateur en couche dorsale et couche ventrale. Il semble que dans cette région particulière les déviations α soient, en valeur absolue, un peu supérieures à γ, mais il s'agit là, en somme, q'une zone de très faible étendue et la formule approchée :

$$\alpha = \gamma = m\beta$$

peut parfaitement convenir, à notre avis, pour définir la déflection moyenne en arrière du profil. On pourra d'autant mieux s'en tenir à cette formule simple que pour le cas où l'on a besoin de connaître α avec une grande précision, pour les calculs d'empennage notamment, la déflection que nous avons observée est souvent modifiée en pratique par des influences telles que l'inter-action des fuselages, l'existence d'un souffle de l'hélice, etc., dont nos mesures actuelles ne tiennent évidemment pas compte.

Remarque. — On remarquera que nous n'avons pas observé, à l'arrière du profil, les mouvements ondulatoires connus sous le nom de tourbillons de Besnard-Karman.

Comme ce désaccord pourrait être attribué à l'inertie du fil léger indiquant, dans nos expériences, la direction du courant, nous avons contrôlé nos résultats à ce point de vue, en projetant sur un mur de la chambre d'expériences du Laboratoire, comme nous l'avons expliqué à la fin du Chapitre I, le spectre de la région troublée dans la partie médiane de notre aile.

Aux vitesses usuelles comprises entre 10 et 20 m./sec., ce spectre n'indique aucun mouvement ondulatoire du fluide à l'arrière du profil. Aux très faibles vitesses, la méthode que nous avons utilisée pour rendre visibles les trajectoires fluides tombe en défaut par suite de la prépondérance des mouvements de convexion des gaz chauds.

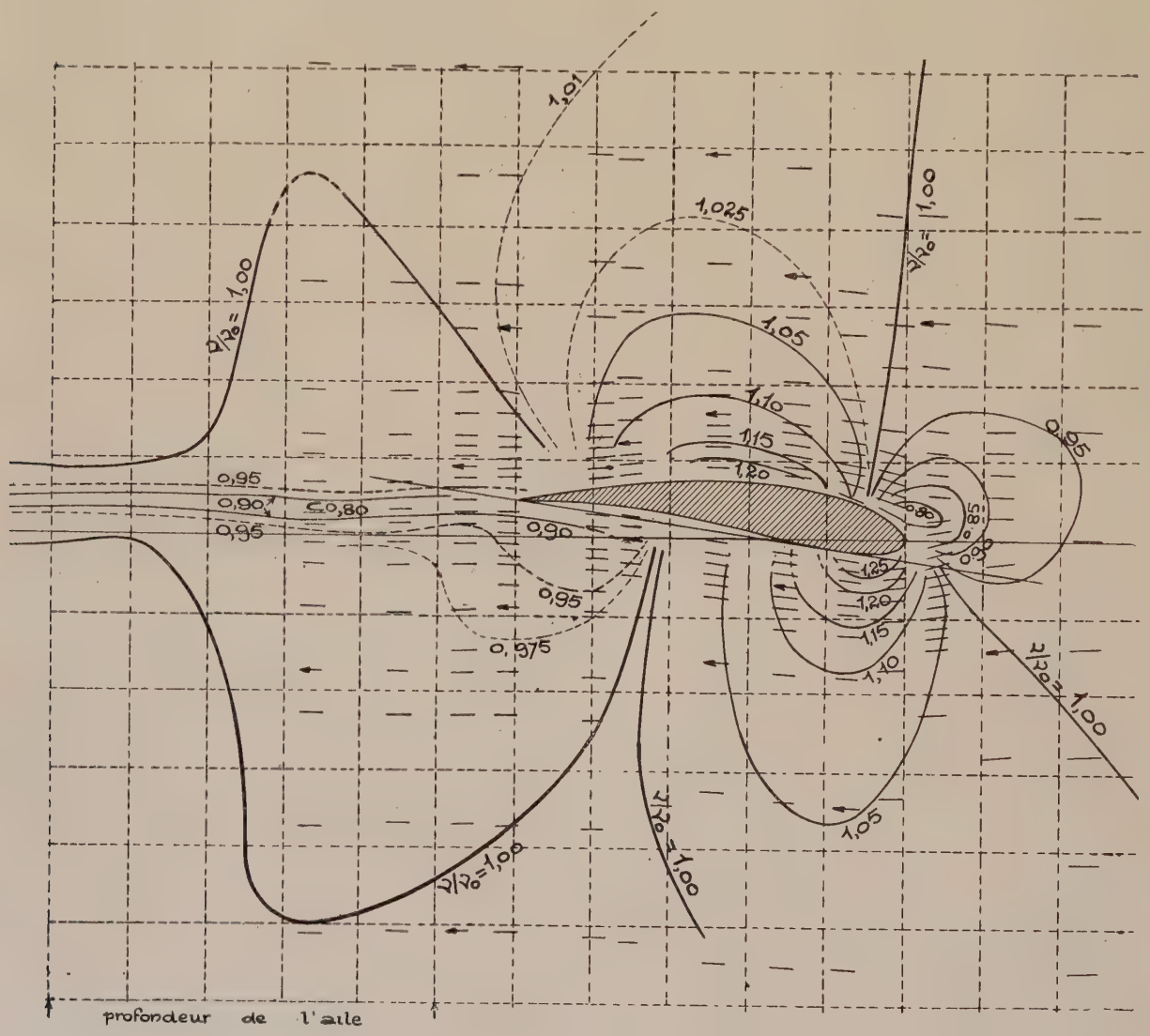
Il nous reste comme explication du désaccord que nous venons de signaler deux hypothèses :

1° Les mouvements ondulatoires ne se produiraient que pour des vitesses très faibles, et avec de petits obstacles, c'est-à-dire dans les conditions où sont réalisées les expériences de MM. Besnard, Prandtl, Karman, et récemment Toussaint et Carafoli.

2° Les mouvements ondulatoires ne se produiraient pas à l'arrière d'obstacles plongés dans un fluide homogène de grande section, mais ils seraient causés par les forces de viscosité à la surface de séparation de deux fluides différents, tels que l'air et l'eau, comme dans les expériences de M. Besnard, ou à la surface de contact d'une mince lame fluide et de parois solides, comme c'est le cas dans les expériences de MM. Toussaint et Carafoli.

IV. — Diagrammes d'ensemble des iso-vitesses.

Les *figures* 56 *a* à 56 *h* sont relatives à des courbes d'iso-vitesses que nous avons tracées pour les huit incidences d'essai.

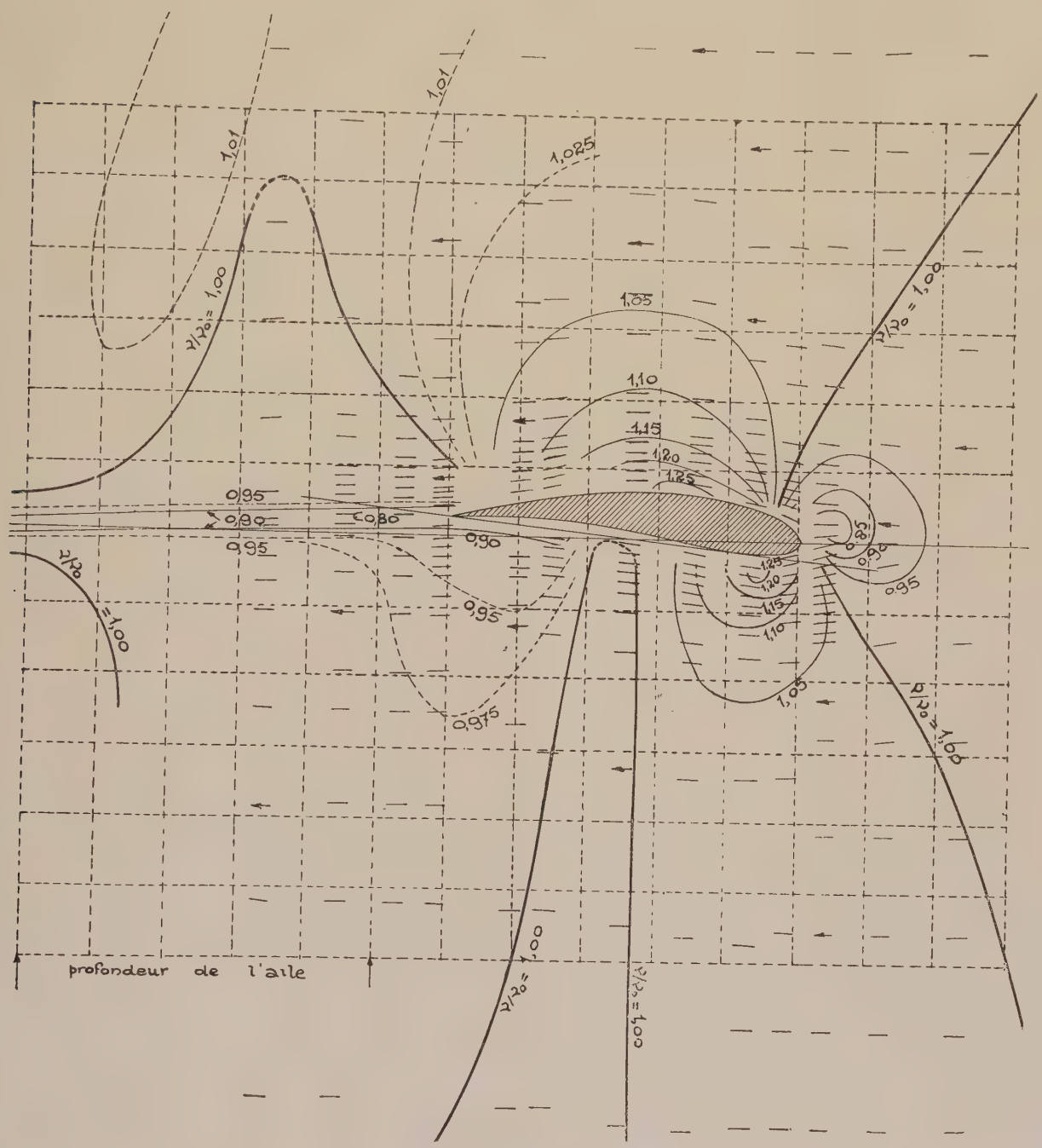


(Fig. 56 a) ISO-VITESSES POUR L'INCIDENCE : — 8° 3 ($\beta = 0°$, $C_z = 0$)

Ces diagrammes donnent pour chaque point du champ, par interpolation, la valeur de la vitesse relative en ce point. Les traits horizontaux du quadrillage sont parallèles à la direction générale du courant d'air et le profil est représenté dans ses diverses inclinaisons par rapport à ce courant. *Les mailles du quadrillage ont un côté égal au* 1/5 *de la profondeur du profil.* Les petits traits inclinés sont parallèles à la direction du courant aux divers points d'observation.

Ces diagrammes peuvent être utiles pour l'étude de l'action à distance du profil. On y voit particulièrement bien l'influence, sur la vitesse locale, de la forme du bord d'attaque, de la double courbure de la face ventrale, etc.

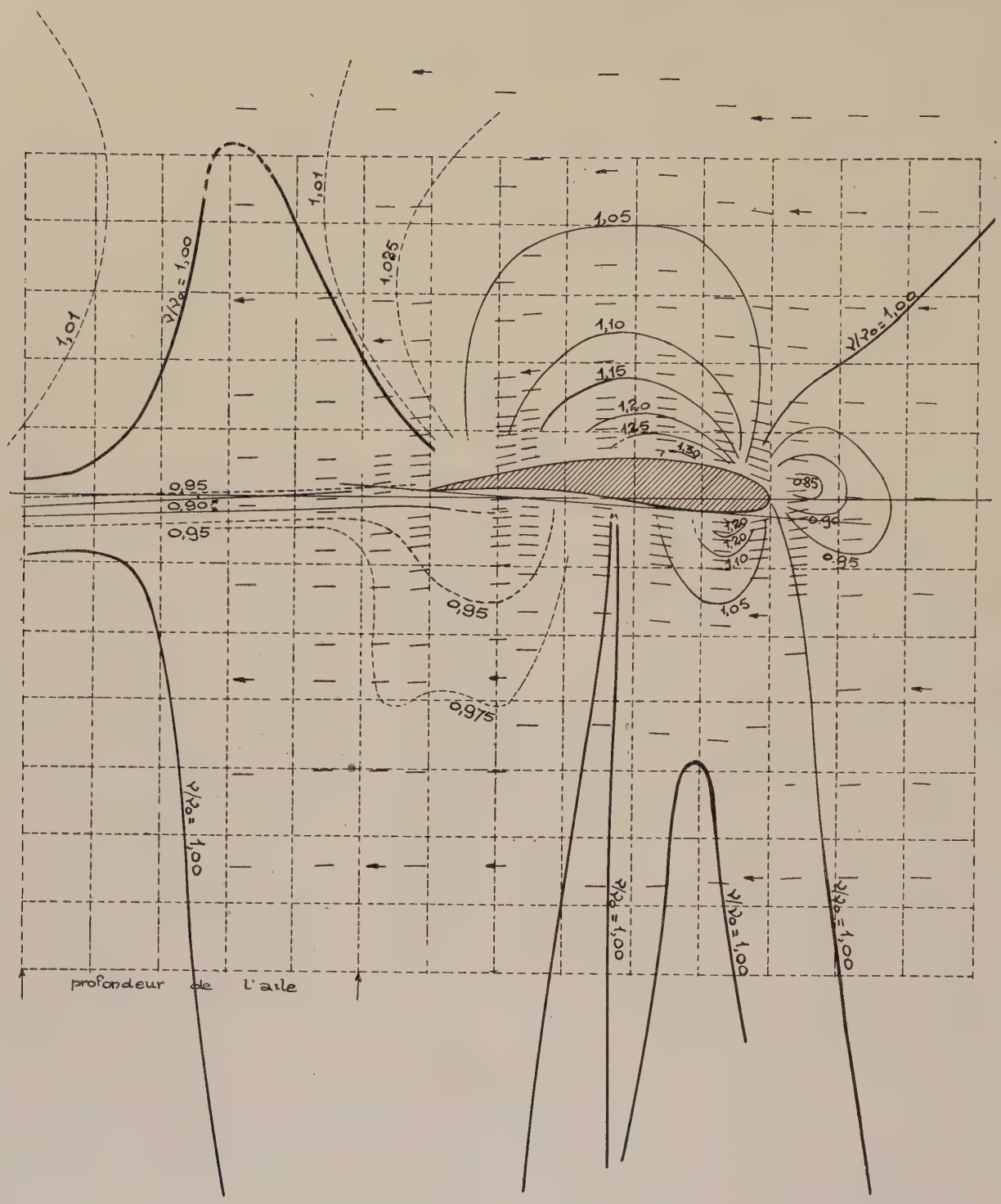
On remarquera aussi combien est minime l'importance du trouble en arrière du profil, la zone de sillage exceptée. La valeur des iso-vitesses diffère très peu de l'unité, mais étant donné qu'elles ne représentent que des troubles excessivement faibles, leurs contours



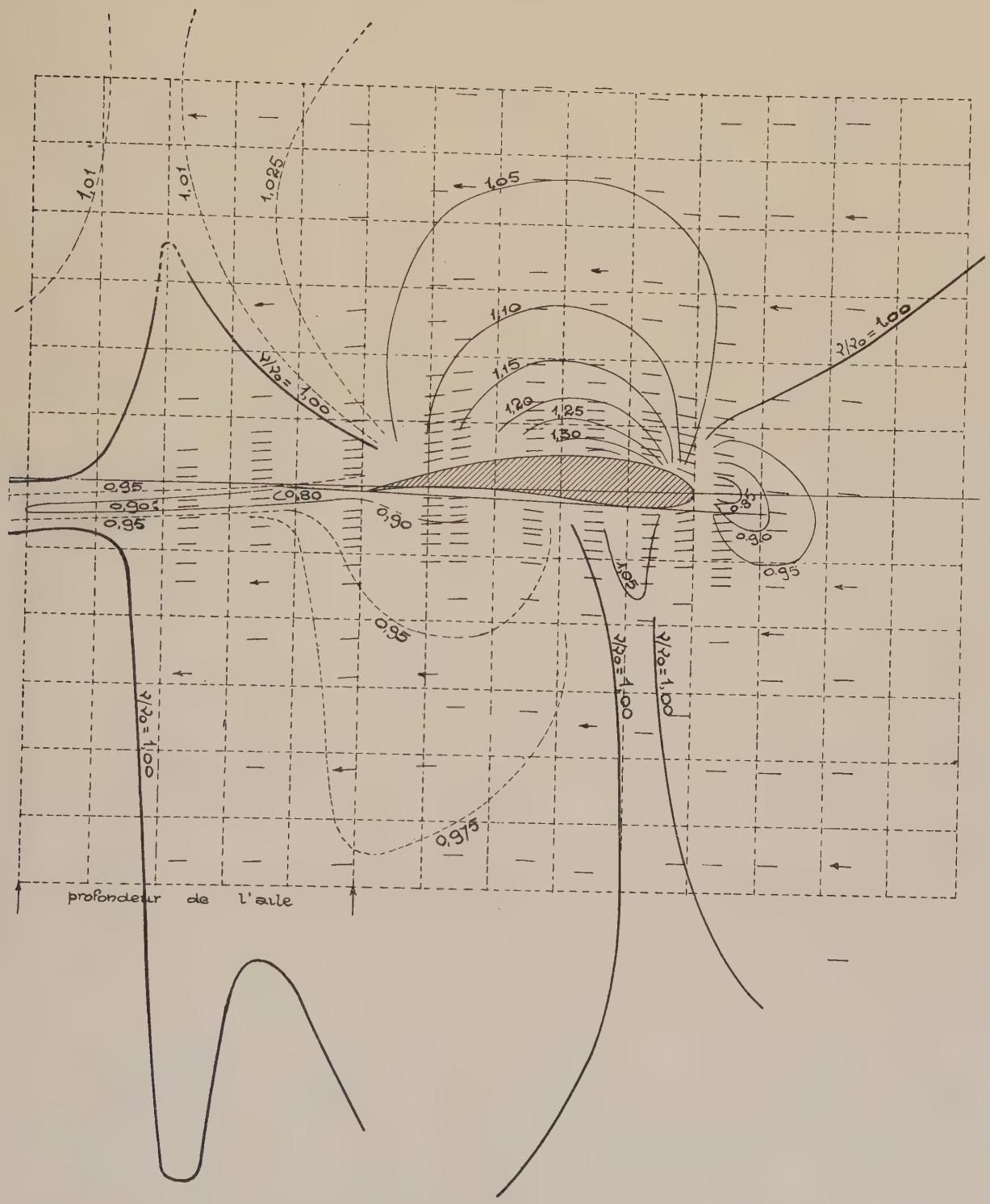
(Fig. 56 b) ISO-VITESSES POUR L'INCIDENCE : — 6° 1 ($\beta = 2^0\ 2$, $C_z = 0{,}15$)

sont nécessairement un peu incertains. *Un emplacement particulièrement indiqué pour les indicateurs de vitesses à bord des avions est la région dorsale de l'aile située à l'aplomb du bord de fuite de l'aile où les troubles de la vitesse sont particulièrement faibles.*

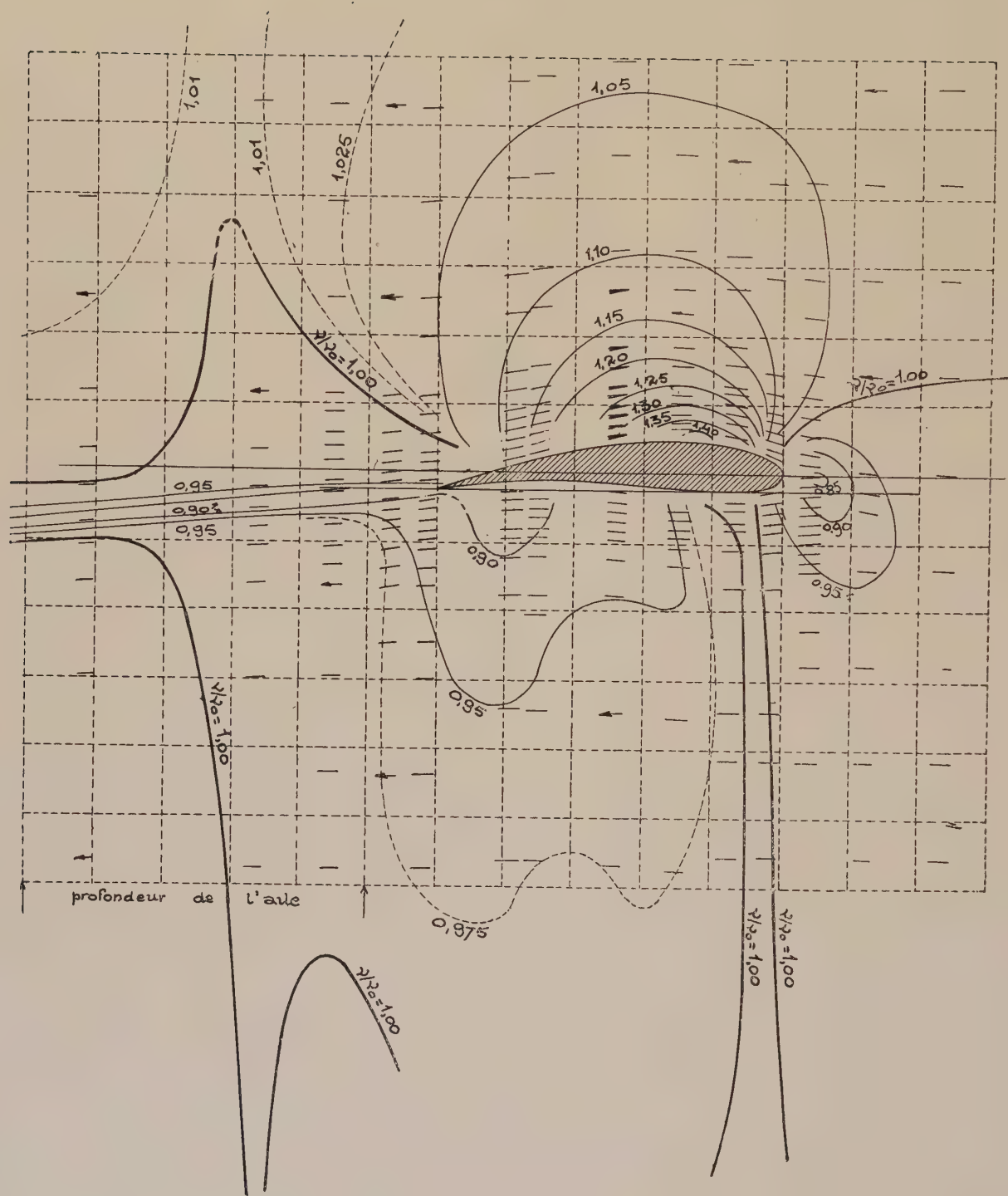
Les iso-vitesses sont aussi des iso-pressions, la zone de sillage exceptée. Nous les avons limitées à des distances du profil telles qu'elles ne pénètrent pas dans la région « d'eau morte » située au contact de la surface.



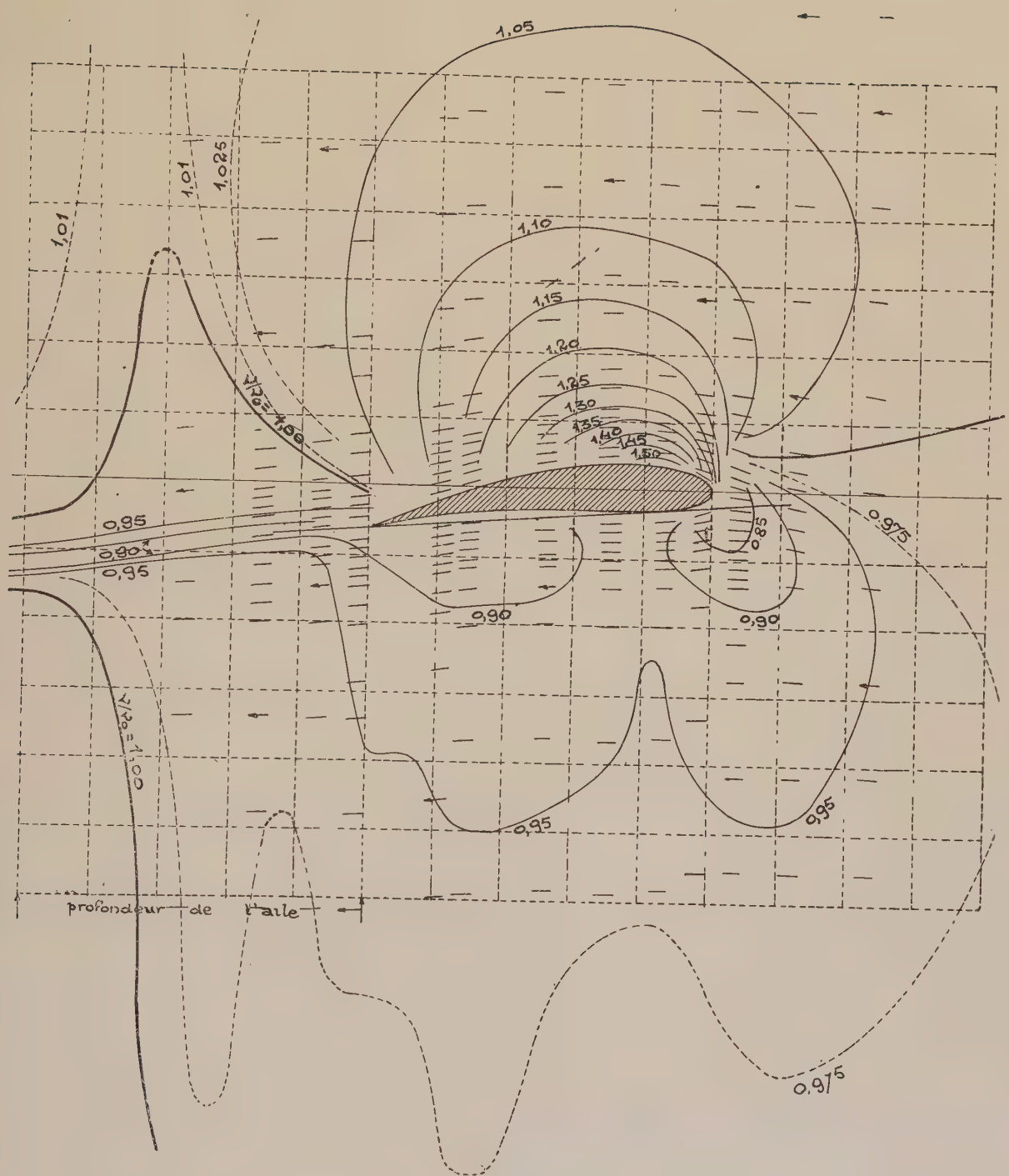
(Fig. 56 c) ISO-VITESSES POUR L'INCIDENCE : — 4° 0 (β = 4° 3, C_z = 0,30)



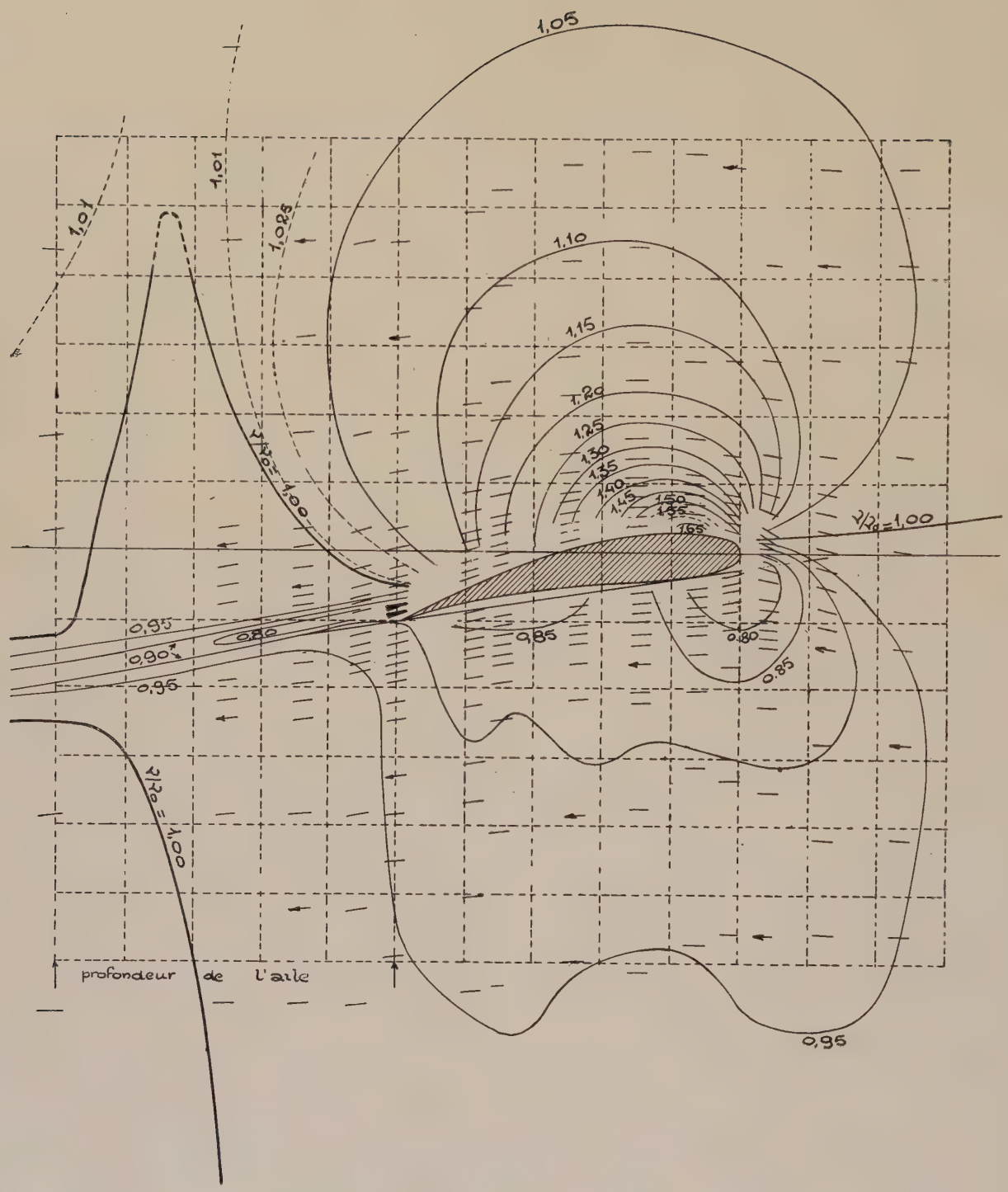
(Fig. 56 d) ISO-VITESSES POUR L'INCIDENCE : — 1° 9 ($\beta = 6^0\ 4$, $C_z = 0{,}45$)



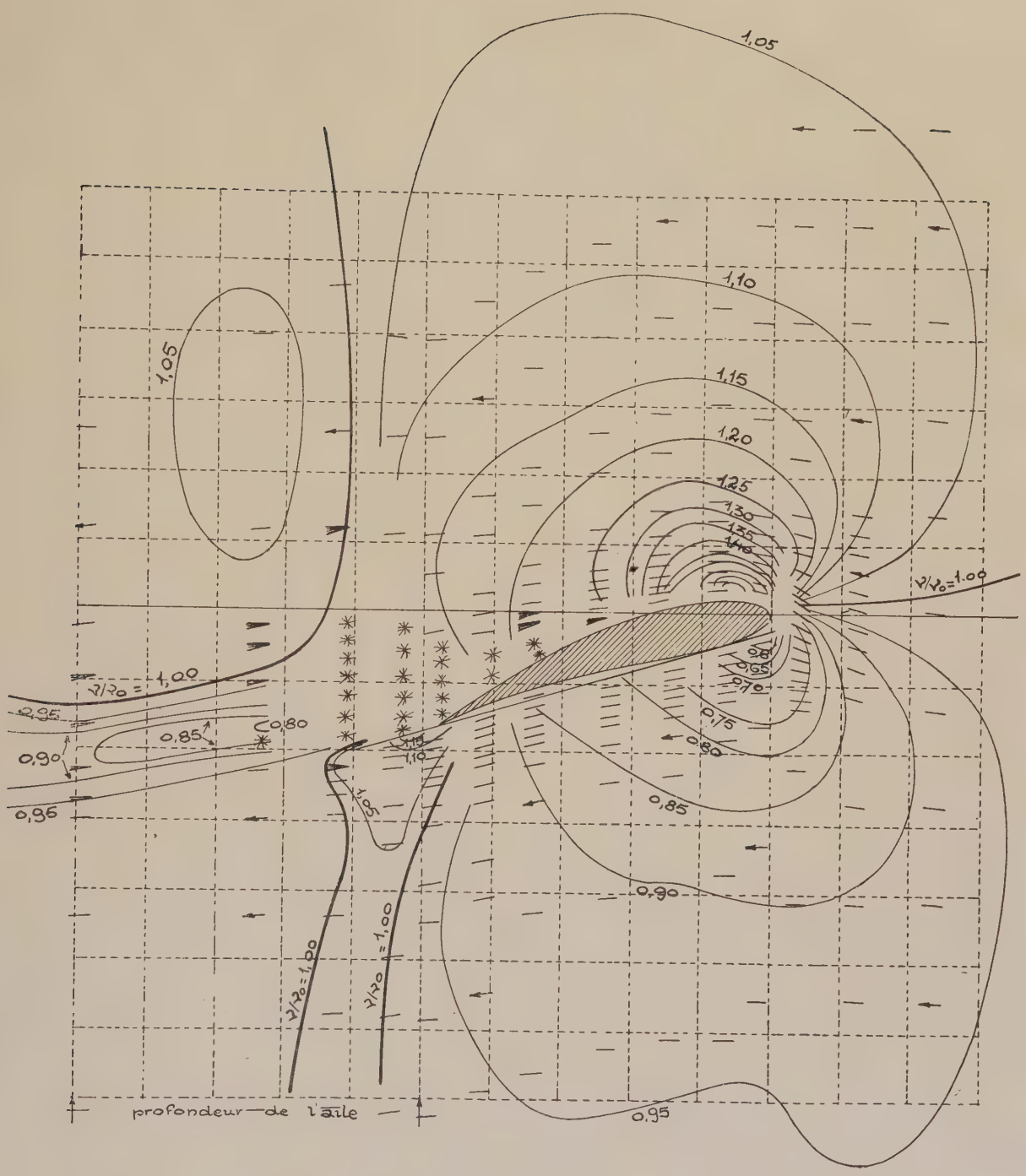
(Fig. 56 e) ISO-VITESSES POUR L'INCIDENCE : 0° 2 ($\beta = 8° 5$, $C_z = 0,60$)



(Fig. 56 f) ISO-VITESSES POUR L'INCIDENCE : 4° 5 ($\beta = 12^0\ 8$, $C_z = 0{,}90$)



(Fig. 56 g) ISO-VITESSES POUR L'INCIDENCE : 9° 0 ($\beta = 17^0\,3$, $C_z = 1{,}20$)

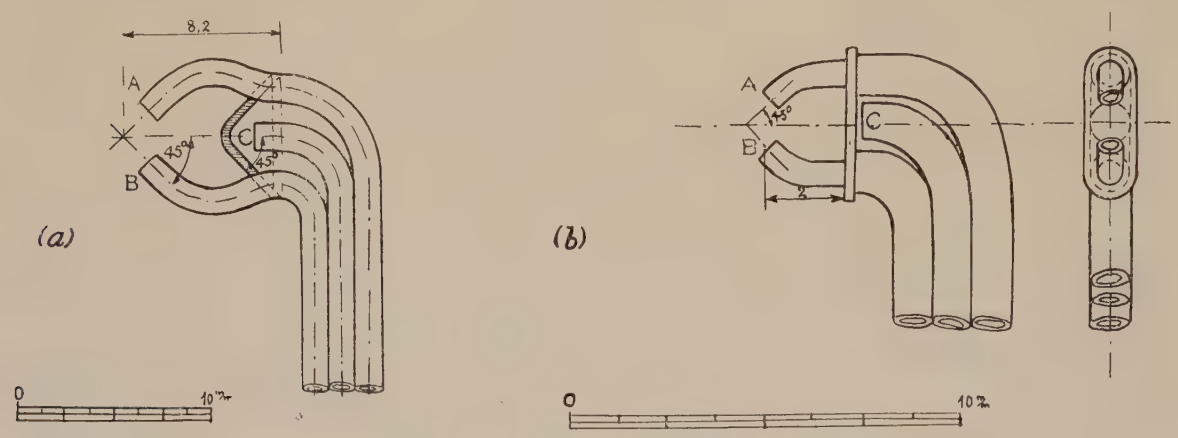


(Fig. 56 h) ISO-VITESSES POUR L'INCIDENCE : 16° 5 ($\beta = 24^0\ 8$, $C_z = 1{,}25$, section centrale)

V. — Expériences de MM. Bryant et Williams[1].

MM. Bryant et Williams ont exploré le champ autour de la portion centrale d'une aile à profil plan-convexe, d'une épaisseur relative maximum de l'ordre de 20 %, enserrée entre les parois supérieure et inférieure d'un tunnel fermé de section rectangulaire. L'envergure du modèle (égale ici à la hauteur de la veine) était de 2 m. 15; sa profondeur de 0 m. 456. L'aile a été exposée à une seule incidence (10°) de la face ventrale correspondant à C_z = 1,60. La vitesse d'essai a été maintenue égale à 15 m./sec.

Pour l'exploration du champ, MM. Bryant et Williams ont utilisé concurremment deux sondes de types différents et de très petites dimensions, *qui leur ont donné des résultats concordants*. Une de ces sondes était basée sur les propriétés de trois fils chauds, différemment orientés, et refroidis par le courant d'air de vitesse v au point où ils étaient placés. L'emploi de trois fils permet de connaître la vitesse du courant et sa direction. Ce procédé a l'avantage d'éliminer toute cause d'erreur possible provenant d'une fausse évaluation de la pression statique du fluide.



(Fig. 57) SONDES AÉRODYNAMIQUES DE BRYANT ET WILLIAMS

L'autre sonde, dont nous reproduisons deux modèles (*fig.* 57), était basée sur une propriétés des tubes de Pitot, différente de celle que nous avons utilisée. Les ouvertures A, B, C de trois tubes de Pitot étant dans un même plan, on mesure des différences manométriques (A-B) et (A-C) transmises par ces tubes lorsque la sonde (qui est déplacée toujours parallèlement à elle-même et non orientée dans le courant) se trouve exposée à un vent de vitesse v et d'inclinaison α inconnues.

En effet, en tarant l'instrument, on constate que ces différences sont toujours proportionnelles au carré de la vitesse et que, par conséquent le rapport $\frac{(A - B)}{(A - C)}$ est une fonction de la direction seulement.

Une étude préalable du rapport $\frac{(A - B)}{(A - C)}$ en fonction de l'angle relatif d'un vent de direction connue et de l'appareil est donc suffisante pour déterminer ensuite la direction quand on transportera la sonde dans un vent de direction inconnue. Une autre courbe de (A - C) en fonction de l'angle, pour une vitesse standard donnée, permettra alors de connaître la grandeur de la vitesse.

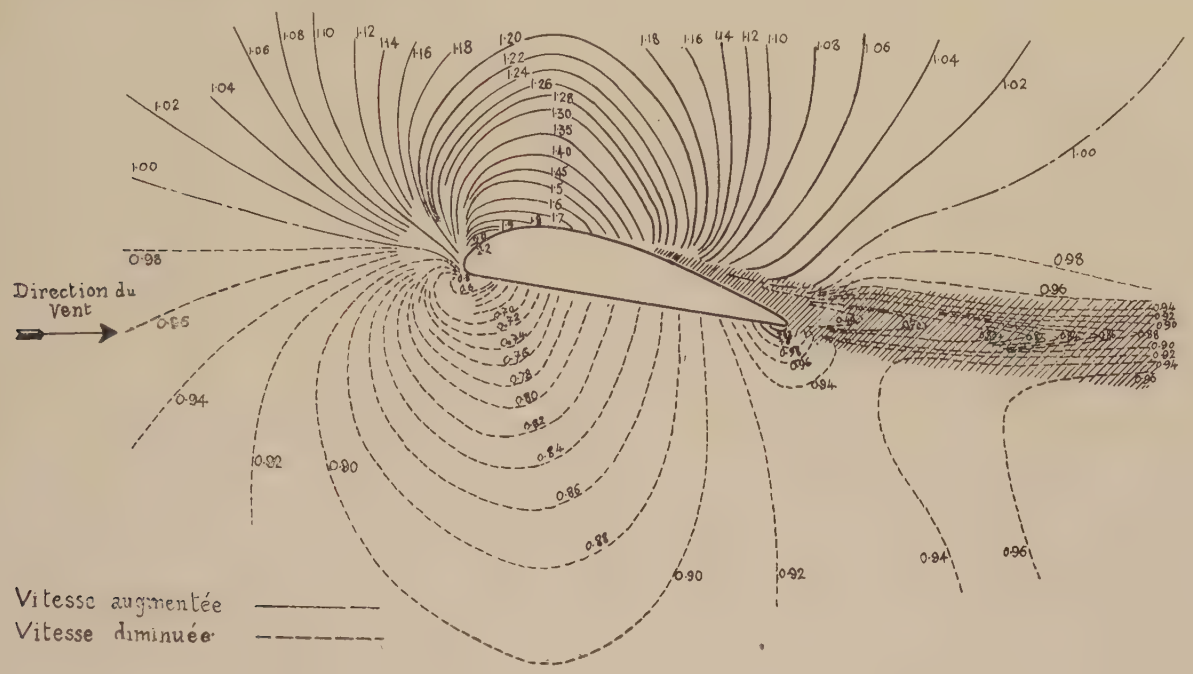
Cette méthode suppose évidemment que dans les applications, il règnera la même pression statique aux trois ouvertures A, B, C (ce qui est pratiquement réalisé étant donné la faible dimension des sondes, que l'on remarquera sur la *figure* 57 par comparaison avec les échelles jointes).

MM. Bryant et Williams n'ont pas contrôlé, comme nous l'avons fait, l'inter-action possible de la sonde et du profil, mais ils ont tenu compte indirectement du phénomène que cette inter-action produit en limitant leurs mesures, au voisinage de la surface, aux régions où la vitesse expérimentale concordait avec celle que l'on pouvait déduire (par l'application du théorême de Bernoulli) de la connaissance des pressions locales sur le profil lui-même.

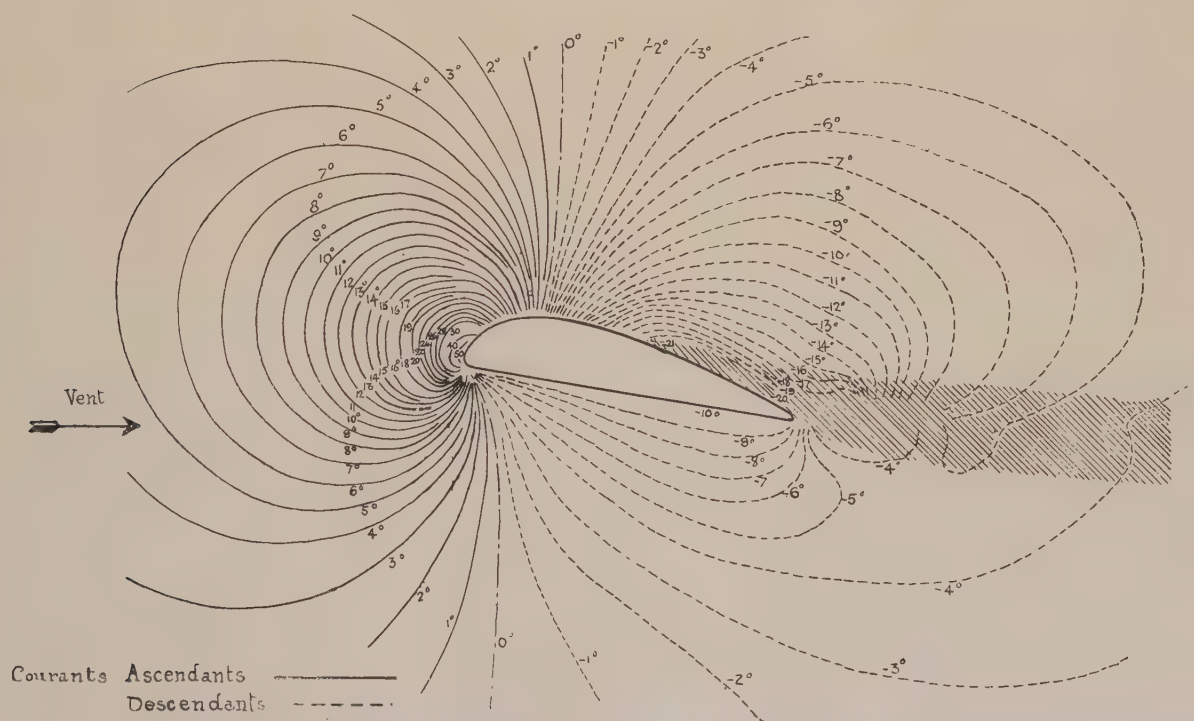
(1) Voir Note p. 48.

Les résultats des essais sont donnés graphiquement sous forme de diagramme d'iso-vitesses $\frac{v}{V_0}$ et d'iso-inclinaisons α du courant dans la région explorée.

Nous reproduirons *figures* 58 et 59 les deux diagrammes principaux du mémoire des deux savants anglais. On remarquera, en particulier, la grande analogie du diagramme d'iso-vitesses avec ceux relatifs aux fortes incidences que nous avons tracés nous-mêmes.



(Fig. 58) LIGNES D'ÉGALE VITESSE pour $C_z = 1{,}60$ (Bryant et Williams)



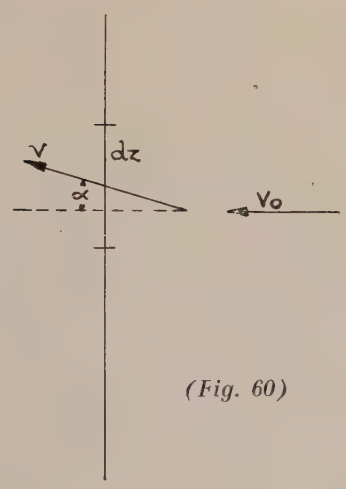
(Fig. 59) LIGNES D'ISO-INCLINAISONS α pour $C_z = 1{,}60$ (Bryant et Williams)

Come différence essentielle entre notre méthode d'exploration et celle de MM. Bryant et Williams, nous signalerons surtout que la méthode anglaise ne donne pas de renseignements sur la pression statique du fluide, alors que cette grandeur était un élément essentiel de nos propres recherches.

CHAPITRE V

APPLICATION des THÉORÈMES GÉNÉRAUX de la MÉCANIQUE au CALCUL des COEFFICIENTS C_z et C_x

La sustentation et la résistance à l'avancement peuvent être en théorie déduites du champ aérodynamique par l'application du théorème des quantités de mouvement. Il nous a paru intéressant de rechercher avec quelle approximation cette déduction pouvait être faite pratiquement en prenant comme point de départ le champ tel que nous l'avons obtenu. Pour appliquer le théorème des quantités de mouvement, on détache du fluide, par la pensée, une portion entourant le profil et limitée extérieurement par une surface fermée arbitraire (surface de contrôle de Prandtl). On calcule, d'après les flux entrant et sortant, la variation, *par seconde*, des quantités de mouvement relatives aux divers éléments de la surface de contrôle et l'on écrit qu'à chaque instant, pour la portion du fluide détaché, *la projection sur un axe de cette variation est égale à la somme des projections sur le même axe des forces extérieures*. Dans le cas qui nous occupe, ces forces extérieures comprendront seulement la réaction $(-R_z, -R_x)$ du profil sur le fluide et la résultante des forces de pressions extérieures $\Sigma \Delta p \, ds$ sur la surface de contrôle, le sens de ces dernières forces étant tel que $\Delta p > 0$ correspond à une force tendant à comprimer la surface de contrôle, c'est-à-dire dirigée de l'extérieur vers l'intérieur de cette surface, et $\Delta p < 0$ à une force dirigée en sens contraire.



(Fig. 60)

On voit que par l'application du théorème des quantités de mouvement la résistance R_z (ou R_x) du profil *se présente finalement comme la différence des projections suivant* (Oz ou Ox) *des forces de pression et des variations par seconde des quantités de mouvement.*

L'évaluation des forces de pression ne présente aucune difficulté, comme on le verra, lorsque l'on connaît le champ aérodynamique, mais il est nécessaire d'examiner sous quelle forme se présentera la variation instantanée des quantités de mouvement.

Nous verrons plus loin que nous serons amenés à envisager le flux à travers deux surfaces de contrôle constituées par deux plans normaux à la direction V_0 de la vitesse générale.

Soit *(fig, 60)* un filet de vitesse V qui aborde un élément de hauteur dz et de profondeur unité (1 cm.) d'un de ces plans, en faisant avec la direction horizontale V_0 de la vitesse initiale un angle α, compté positivement si le filet V est ascendant.

La masse fluide qui traversera par seconde l'élément dz sera :

$$\frac{dm}{dt} = \rho \, . \, V \cos \alpha \, . \, dz \, . \, 1 \text{ cm.}$$

La composante horizontale de la vitesse v étant $v \cos \alpha$ et la composante verticale $v \sin \alpha$, la variation par seconde de la quantité de mouvement sera :

Dans le sens horizontal :

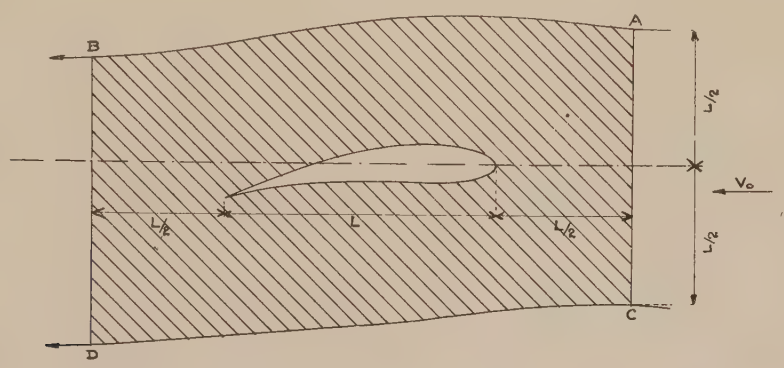
$$\frac{dm}{dt} \, . \, v_x = \rho \, . \, v^2 \cos^2 \alpha \, . \, dz.$$

Dans le sens vertical :

$$\frac{dm}{dt} v_z = \rho\, v^2 \sin\alpha \cos\alpha \,.\, dz = \frac{1}{2} \rho\, v^2 \sin 2\alpha \,.\, dz.$$

I. — Calcul de C_z.

Le choix de la surface de contrôle est indifférent en théorie, sauf que cette surface doit entourer le profil, mais, en pratique, on est naturellement amené à choisir une surface limite telle qu'elle se prête aisément à la sommation de toutes les composantes utiles des forces élémentaires. On n'a pas toujours intérêt à reporter très loin du profil les contours de cette surface, parce que les perturbations de pression et de vitesse y sont souvent mal connues, du moins par des essais dans un fluide réel. Pour le calcul de C_z, nous avons choisi la surface de contrôle représentée *figure* 61. A l'avant et à l'arrière, elle est limitée par deux



(Fig. 61) SURFACE DE CONTROLE A C B D POUR LE CALCUL DE C_z

plans AC et BD normaux à V_0 et distants respectivement des bords d'attaque ou de fuite du profil d'une longueur L/2, L étant la longueur de la corde du profil. Ce sont des éléments des sections II et XIV de la *figure* 41. Au-dessus et au-dessous du profil ses limites sont formées par des lignes de courant passant par les points A et C, d'ordonnées L/2 par rapport à l'horizontale passant par le point 1 du bord d'attaque.

Ces lignes de courant ont été obtenues, comme nous l'avons expliqué p. 20, en projetant sur un mur de la chambre d'expériences du Laboratoire Eiffel l'ombre du profil, éclairé par un arc éloigné et en utilisant une émission de gaz chauds (provenant de la combustion d'une flamme de gaz d'éclairage) aux points A et C ; la différence d'indices de réfraction entre les gaz chauds et l'air plus froid du courant général fait que la trace du filet fluide passant par A ou C apparaît sur le mur éclairé. Le procédé est suffisamment précis pour le calcul de C_z.

Le tableau XI ci-après contient les ordonnées Z cm. d'intersection de ces lignes de courant AB et CD avec les quatre sections verticales II, V, XI, XIV de la *figure* 41, ces ordonnées étant uniformément comptées à partir de l'horizontale du bord d'attaque et non pas comme les ordonnées z des tableaux numériques des résultats, par rapport à diverses origines (bord d'attaque, dos du profil, bord de fuite, etc.).

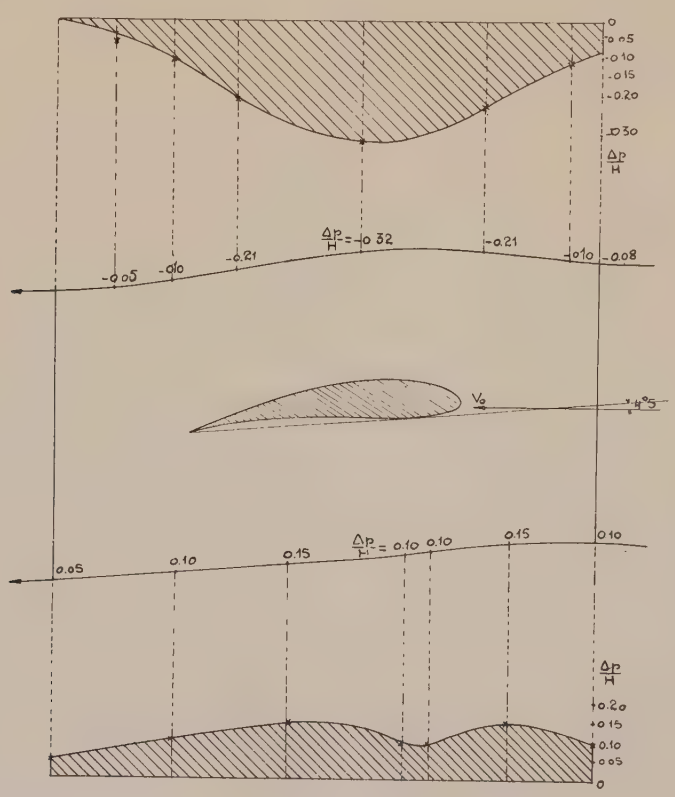
A l'aide de ce tableau et en s'inspirant des directions α mesurées par l'inclinaison du fil dans le champ exploré, il est facile de tracer avec une exactitude suffisante les lignes AB et CD pour les huit incidences d'essai.

On pourra remarquer que la section fluide comprise entre les deux lignes de courant considérées s'épanouit progressivement entre les sections II et XIV. C'est un phénomène qui vient de ce qu'à la sortie de l'aile, la vitesse du fluide se trouve en moyenne un peu ralentie. Le principe de la continuité des masses exige donc, dans ces conditions, que la section de sortie soit augmentée par rapport à la section d'entrée. Entre les sections II et XIV, l'augmentation de hauteur de la veine est de 8 mm. environ.

TABLEAU XI

i	LIGNE AB				LIGNE CD			
	SECT. II	SECT. V	SECT. XI	SECT. XIV	SECT II	SECT V	SECT XI	SECT XIV
-8°3	9.0	9.5	10.0	10.0	-9.0	-8.9	-8.7	-8.7
-6°1	9.0	9.7	9.8	9.2	-9.0	-9.0	-9.1	-9.4
-4°0	9.0	9.4	9.0	8.0	-9.0	-9.5	-9.9	-10.4
-1°9	9.0	9.5	8.6	8.1	-9.0	-9.5	-9.9	-10.6
0°2	9.0	9.4	8.2	8.0	-9.0	-9.5	-10.1	-10.6
4°5	9.0	9.5	7.6	6.9	-9.0	-9.8	-11.6	-11.9
9°0	9.0	9.6	6.7	5.4	-9.0	-9.4	-12.3	-13.4
16°5	9.0	9.6	6.7	5.9	-9.0	-9.3	-11.7	-12.9

Nous donnons sur la *figure* 62 un diagramme d'exemple relatif à l'incidence $i = 4°,5$. En superposant le calque du profil et des lignes de courant limites AB et CD à un diagramme d'isobares ou d'iso-vitesses (ou en utilisant directement les chiffres d'expériences



(Fig 62) CALCUL DE C_z. — ÉVALUATION DE LA PART DUE AUX PRESSIONS

obtenus dans les diverses sections explorées), on peut coter les deux lignes de courant en valeur de la pression $\frac{\Delta p}{H}$, comme nous l'avons fait. En portant ces pressions comme ordonnées, l'axe des abscisses OX étant parallèle à V_0, l'aire hachurée :

$$\int_0^{2L} \frac{\Delta p}{H} \cdot dx$$

de la courbe ainsi obtenue sera directement proportionnelle à la part des pressions dans le coefficient C_z.

En effet, la composante parallèle à R_z de l'effort des pressions sur l'une des lignes AB ou CD, par exemple, est :

$$R_z = \int_0^{2L} \Delta p \, . \, dx.$$

Le coefficient C_z est égal à :

$$C_z = \frac{R_z}{\frac{1}{2} \rho \, . \, V_0^2 \, . \, L} = \frac{1}{L} \, . \, \frac{R_z}{H}$$

H étant la pression génératrice de la vitesse V_0. La part de C_z qui sera due aux pressions s'écrira ainsi :

$$\frac{1}{L} \int_0^{2L} \frac{\Delta p}{H} \, . \, dx.$$

Sur la *figure* 62, cette somme représente :

0,377 pour la ligne AB.
0,230 pour la ligne CD.

Quant aux projections, suivant la même direction, des quantités de mouvement, comme il ne passe aucun flux à travers les lignes de courant AB et CD, elles se calculeront suivant la formule établie ci-dessus par la somme :

$$\int \frac{1}{2} \rho \, . \, v^2 \sin 2\alpha \, . \, dz$$

l'intégrale étant étendue à la portion AC et à la portion BD seulement.

La part des quantités de mouvement dans le coefficient C_z sera de même que plus haut :

$$\frac{1}{\frac{1}{2} \rho \, V_0^2 \, . \, L} \int \frac{1}{2} \rho \, v^2 \sin 2\alpha \, . \, dz = \frac{1}{L} \int \left(\frac{v}{V_0}\right)^2 \sin 2\alpha \, . \, dz.$$

Les *figures* 63 et 64 (1) représentent pour l'angle de 4°,5 la variation de

$$\left(\frac{V}{V_0}\right)^2 \sin 2\alpha$$

en fonction de z, pour les deux sections AC et BD. On a finalement d'après les aires hachurées des courbes, pour les parts dues aux quantités de mouvement dans le coefficient C_z :

0,136 pour la quantité de mouvement relative à AC.
— 0,156 pour la quantité de mouvement relative à BD.

Comme cette dernière doit finalement se retrancher de AC, on voit que la part due à la somme des variations des quantités de mouvement verticales est de 0,292.

De cette façon, le coefficient C_z total, dû tant aux pressions qu'aux variations de quantités de mouvement serait de :

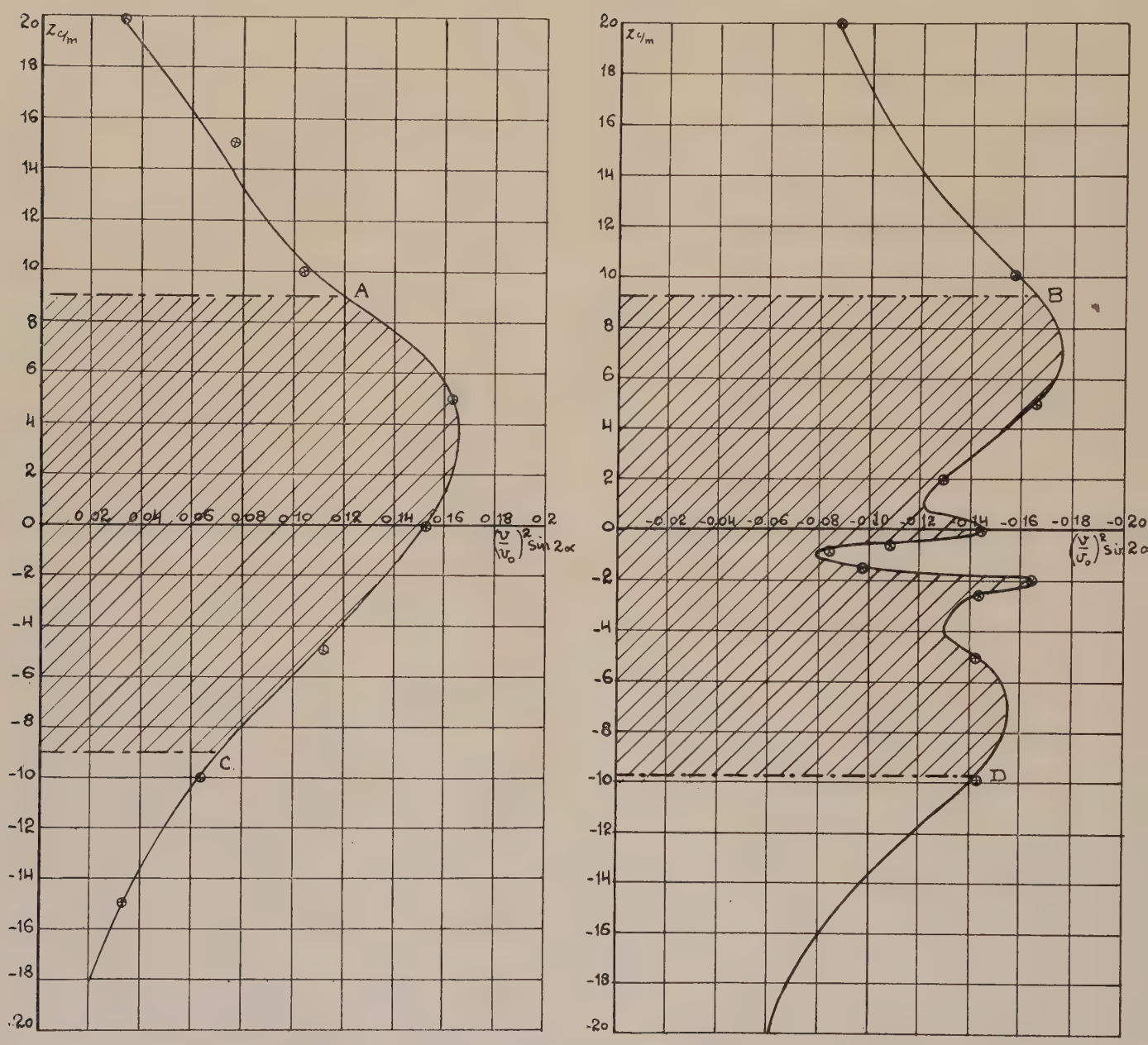
$$C_z = 0{,}377 + 0{,}230 + 0{,}292 = 0{,}899$$

(1) On remarquera l'allure spéciale de la courbe de la *figure 64*, relative à BD, due à la rencontre des filets de la face dorsale et de ceux de la face ventrale du profil.

soit :

$$100\ C_z = 89{,}9.$$

Pour cet angle, la balance a donné $100\ C_z = 90$ et la mesure des pressions locales dans la section centrale du profil : 97,7.



Section AC

Section BD

(Fig. 63 et 64) CALCUL DE C_z . — VARIATIONS DE $\left(\frac{v}{V_0}\right)^2$ SIN 2 α EN FONCTION DE z

Le tableau XII résume les données analogues pour les huit incidences d'essai. Nous avons changé le signe de la colonne relative aux quantités de mouvement à travers BD , de manière que le lecteur n'ait à faire que l'addition des éléments d'une même ligne pour retrouver le C_z total correspondant.

On verra par les chiffres de ce tableau combien la part de C_z qui revient aux pressions surpasse de beaucoup celle qui revient aux quantités de mouvement. On s'en étonnera moins si l'on réfléchit qu'en diminuant progressivement la hauteur AC de la surface de contrôle en amenant la ligne de courant AB à se confondre avec le dos de l'aile

et la ligne CD avec la face ventrale, on réalise ainsi une surface de contrôle pour laquelle toute la sustentation est dûe aux pressions seules.

Dans le même ordre d'idées, on peut se demander ce que ces rapports deviendraient pour des surfaces de contrôle où les lignes AB et CD seraient rejetées très loin du profil. Dans ce cas, on peut déjà faire la remarque que AB se trouvera néanmoins toujours dans des régions où règneront en majorité des dépressions et CD dans des régions où règneront des compressions et que l'on ne pourra jamais dans une veine finie réduire à zéro la part due aux pressions.

Tableau XII

Incidence i	Elements du calcul de $C_z \times 10^2$					
	Parts dûes aux quantités de mouvement à travers		Parts dûes aux pressions statiques suivant		C_z résultant de la somme des effets des quantités de mouvement et des pressions statiques	C_z calculés d'après le relevé des pressions le long du profil
	AC	BD	AB	CD		
-8°3	1.4	0	4.3	-6.0	-0.3	-0.1
-6°1	2.8	0.3	10.4	-1.9	11.6	14.9
-4°0	6.1	1.4	16.6	3.9	28.0	32.5
-1°9	7.9	6.0	23.3	8.3	45.7	49.0
0°2	9.8	9.9	28.6	10.7	59.0	65.0
4°5	13.6	15.6	37.7	23.0	89.9	97.7
9°0	17.6	24.5	50.6	30.6	123.3	125.8
16°5	20.4	25.2	56.3	32.6	134.5	132.3

D'après nos chiffres d'essais, on peut dire en gros que si nous avions choisi des lignes AB et CD , deux fois plus éloignées de la surface, nous aurions réduit de 1/2 les pressions locales. La part due à ces pressions dans le coefficient C_z n'en resterait pas moins fort importante. Ces résultats montrent en tous cas qu'il ne faut pas attribuer aux quantités de mouvement seules, la cause déterminante de la sustentation pour une aile d'avion, comme le font beaucoup d'auteurs d'ouvrages techniques, à moins de prendre simultanément en considération des masses presque illimitées de fluide.

Remarque. — Le théorème de Kutta-Joukowski permettrait aussi de calculer la sustentation en partant de la *circulation des vitesses*, le long du contour A B D C de la *figure* 61 par exemple, mais de la démonstration même du professeur Joukowski (1), il résulte que ce théorème n'est qu'une transposition du principe des quantités de mouvement dans le cas d'un fluide parfait, c'est-à-dire, pratiquement parlant, dans le cas où la pression statique du fluide et sa vitesse sont reliées par la loi de Bernoulli. Si l'on se reporte au contour A B D C de la *figure* 61, on verra que c'est précisément le cas pour les portions A B et C D du contour qui sont celles où intervient effectivement la pression dans le calcul de la sustentation. On peut déduire de cette remarque que l'application du théorème de Kutta-Joukowski nous donnerait la même sustentation totale C_z que celle que l'on obtient en appliquant le principe des quantités de mouvement.

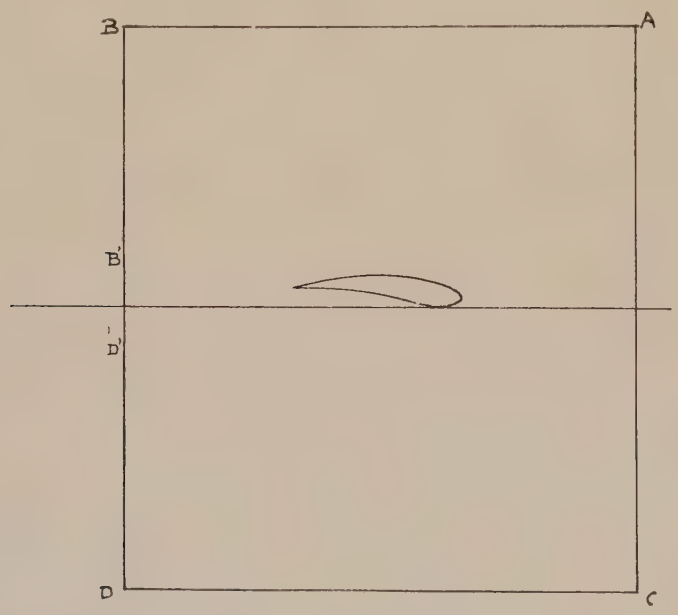
(1) Joukowski. — *Aérodynamique* (traduction Drzewiecki), p. 139.

Il nous a paru plus naturel dans notre exposé de partir immédiatement de ce dernier principe. Il a, en effet, l'avantage de s'appliquer dans tous les cas, que le fluide soit parfait ou non. De plus, il fournit immédiatement la part de la sustentation due aux quantités de mouvement et celle due aux pressions, ce qui présente un intérêt évident au point de vue physique.

II. — Calcul de C_x.

Pour le calcul du coefficient de résistance totale du profil C_x, on a intérêt à ne pas conserver la même surface de contrôle que pour le calcul de C_z, car pour ne pas commettre d'erreurs considérables sur le coefficient C_x, dont l'ordre de grandeur est de quelques centièmes, il faudrait connaître avec *la plus grande exactitude* le degré d'épanouissement de la veine, c'est-à-dire le rapport de la section BD à la section AC de la *figure* 61.

On comprend bien, d'ailleurs, que la détermination exacte de C_x, qui présente déjà des difficultés dans les mesures globales que l'on peut effectuer, par exemple, avec une balance, peut encore plus difficilement être obtenue par un procédé reposant sur la totalisation de petits efforts locaux répartis dans tout le champ aérodynamique. On ne peut évidemment espérer atteindre par ce procédé qu'une valeur de C_x plus ou moins approchée



(Fig. 65) SURFACE DE CONTROLE POUR LE CALCUL DE C_x

de la valeur réelle. Après diverses tentatives, nous estimons que les résultats les plus approchés sont obtenus en constituant la surface de contrôle suivante (*fig.* 65).

1° A l'avant et à l'arrière, deux plans verticaux AC et BD, tels que AC soit situé assez en avant du profil pour que le courant n'y soit pratiquement pas troublé (une distance au bord d'attaque égale à une fois la corde, soit ici 18 cm., suffit en général), et que BD soit placé en arrière du bord de fuite, par exemple, ici, à la distance de 18 cm. également.

2° Au-dessus et au-dessous à une distance suffisante du profil pour que *la direction de la vitesse* ne soit pratiquement plus troublée, deux plans AB et CD parallèles à V_0.

De la sorte, la partie BD sera égale à AC, et l'épanouissement de la veine sera nul pratiquement. Peu importe que sur les plans AB et CD règnent des pressions différentes, car ces pressions n'interviendront pas dans le calcul des C_x.

La résistance à l'avancement se présentera simplement comme la différence entre l'effet des pressions et des quantités de mouvement sur les deux surfaces verticales AC et BD.

Considérons un élément du plan BD, par exemple, à l'extérieur duquel règne la pression Δp. La variation par seconde de la quantité de mouvement horizontale est,

comme nous l'avons vu plus haut : $\rho v^2 \cos^2 \alpha . \Delta z \times 1$ et la pression qui s'exerce sur lui : $\Delta p . dz \times 1$.

Comme nous nous proposons finalement de rechercher le coefficient absolu de résistance à l'avancement du profil C_x , ces quantités sont à diviser respectivement par :

$$\frac{1}{2} \rho V_0^2 < L \times 1 = H . L \times 1$$

et deviennent ainsi :

$$\frac{1}{L} 2 \left(\frac{v}{V_0}\right)^2 \cos^2 \alpha \, dz \qquad \text{et} \qquad \frac{1}{L} . \frac{\Delta p}{H} . dz.$$

Dans ces conditions, la différence unitaire entre l'effet des pressions et celui de la variation des quantités de mouvement sur les deux surfaces verticales AC et BD , s'écrira :

$$\frac{1}{L} \int_C^A \left(\frac{\Delta p}{H} + 2 \frac{v^2}{V_0^2} \cos^2 \alpha\right) dz - \frac{1}{L} \int_D^B \left(\frac{\Delta p}{H} + 2 \frac{v^2}{V_0^2} \cos^2 \alpha\right) dz.$$

Comme nous avons placé la section AC dans une région où le champ n'est pratiquement pas troublé par le profil, nous avons partout :

$$\frac{\Delta p}{H} = 0 \qquad \frac{v}{V_0} = 1 \qquad \cos \alpha = 1.$$

et la première somme s'exprimera simplement par :

$$\frac{1}{L} \int_C^A 2 . dz.$$

Le calcul de la deuxième intégrale peut se faire graphiquement point par point, mais on gagne de la précision en procédant de la façon suivante. L'expérience montre que l'on peut partager le plan DB en régions BB′ et DD′ (*fig.* 65) où le théorème de Bernoulli s'applique et en une région de faible étendue D′B′ où il ne s'applique pas.

Pour les premières on a :

$$\frac{\Delta p}{H} = 1 - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2$$

Et le facteur différentiel se ramène, comme on peut s'en assurer facilement à :

$$1 + \frac{v^2}{V_0^2} (2 \cos^2 \alpha - 1) = 1 + \left(\frac{v}{V_0}\right)^2 \cos 2 \alpha.$$

Pour la deuxième région, on peut toujours poser :

$$\frac{\Delta p}{H} = 1 - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2 - \frac{\Delta p'}{H}.$$

Les deux premiers termes fourniront un facteur différentiel égal au précédent, $\frac{\Delta p}{H}$, et finalement on voit que l'on peut calculer la deuxième intégrale par :

$$\frac{1}{L} \int_D^B \left(1 + \frac{v^2}{V_0^2} \cos 2 \alpha\right) dz - \frac{1}{L} \int_{D'}^{B'} \frac{\Delta p'}{H} . dz.$$

La valeur de C_x sera donc donnée par :

$$C_x = \frac{1}{L} \int_C^A 2 . dz - \frac{1}{L} \int_D^B \left(1 + \frac{v^2}{V_0^2} \cos 2 \alpha\right) dz + \frac{1}{L} \int_{D'}^{B'} \frac{\Delta p'}{H} . dz.$$

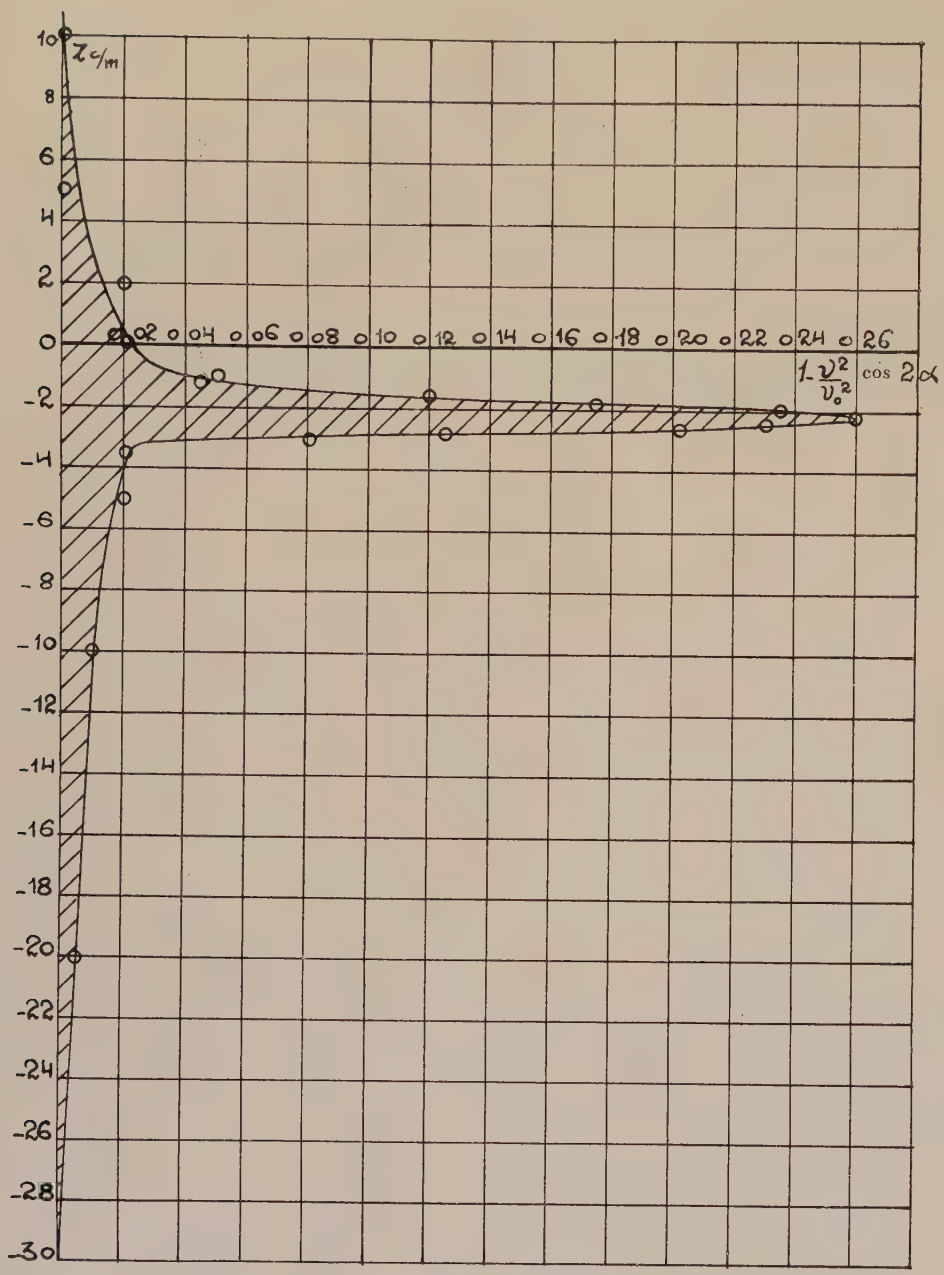
Comme on a AC = BD , on peut combiner les deux premières intégrales sous le même signe $\int$ et on arrive ainsi à :

$$C_x = \frac{1}{L} \int_D^B \left(1 - \frac{v^2}{V_0^2} \cos 2 \alpha\right) dz + \frac{1}{L} \int_{D'}^{B'} \frac{\Delta p'}{H} . dz.$$

Telle est ainsi la formule simple à laquelle on peut ramener le calcul de C_x .

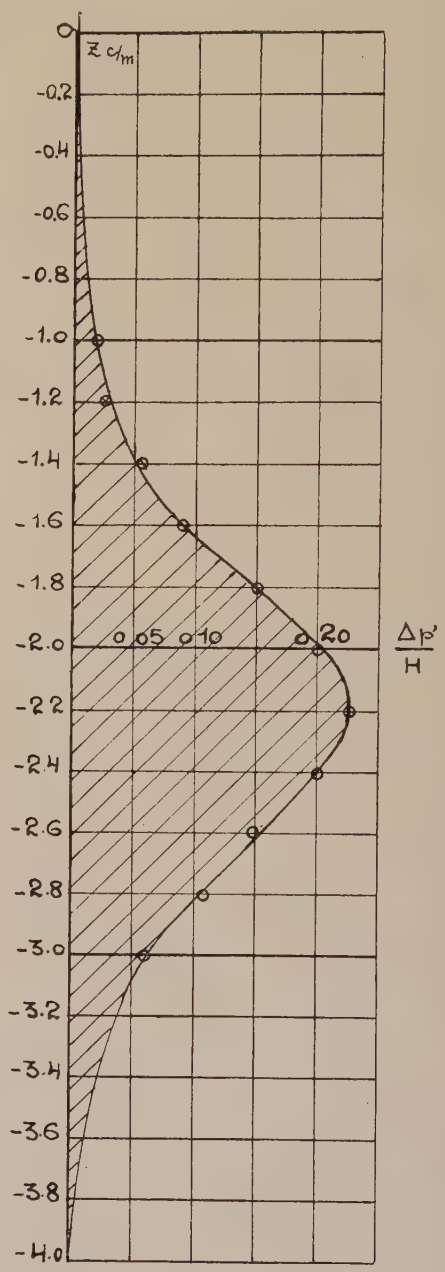
Comme $\frac{\Delta p'}{H}$ est plus grand que 0, dans les régions où le théorème de Bernoulli ne s'applique pas, la deuxième $\int$ de la formule ci-dessus donne une valeur qui, effectivement, s'ajoutera à celle de la première.

Les limites B′ et D′ ne sont pas différentes de celles du sillage proprement dit. Quant



(Fig. 66) CALCUL DE C_x

VARIATIONS DE $1 - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2$ COS 2 α EN FONCTION DE Z



(Fig. 67) CALCUL DE C_x

VARIATIONS DE $\frac{\Delta p'}{H}$ EN FONCTION DE Z

aux limites B et D , il faut les choisir avec beaucoup de soin si l'on ne veut pas s'exposer à laisser en dehors du champ d'intégration des masses d'air, peu troublées il est vrai, mais importantes par leur volume. Ces limites peuvent être le mieux choisies en adoptant, par exemple, pour B et D les premiers points rencontrés en s'éloignant du profil et pour lesquels on a simultanément :

$$\frac{v}{V_0} = 1, \text{ à } 1\ \% \text{ près} \qquad \text{et} \qquad \alpha \leq 1^0.$$

La *figure* 66 représente pour l'angle de 4°,5 les variations de la quantité :

$$1 - \frac{v^2}{V_0^2} \cos 2\alpha$$

en fonction de Z et la *figure* 67 celle de la quantité : $\frac{\Delta p'}{H}$.

De l'aire des surfaces hachurées, on conclut que la part de coefficient C_x est égale à 0,0365 pour la première et à 0,0158 pour la seconde. Le C_x que l'on déduirait de ces mesures serait ainsi :

$$0{,}0365 + 0{,}0158 = 0{,}0523$$

Pour la même incidence, on déduit des mesures à la balance $C_x = 0{,}069$ comme valeur moyenne pour l'ensemble de l'aile.

Quant à la mesure des pressions locales dans la section centrale du profil, elle a conduit à $C_x = 0{,}067$ (voir tableau X). Mais, on sait qu'il faut en toute rigueur lui ajouter un terme correctif pour tenir compte du frottement, terme qui est de l'ordre de 0,008. On en déduirait $C_x = 0{,}0075$ pour le coefficient C_x fourni par la mesure des pressions locales.

On voit que pour l'incidence de 4°,5, l'exploration du champ nous a conduit à un coefficient approché par défaut de ceux fournis par les deux autres méthodes. Ce résultat est accidentel, comme le montrent les chiffres du tableau XIII où nous avons réuni les résultats de nos comparaisons de C_x pour les huit incidences d'essais.

Tableau XIII

Incidence i	Elemenents du calcul de $C_{x_t} \cdot 10^2$				
	Parts dues :		Coefficient total C_{x_t}		
	A la chute de vitesse $1 - \frac{v^2}{v_0^2} \cos 2\alpha$	A la pression $\Delta p'$	D'après l'exploration du champ	D'après les mesures des pressions locales sur la section médiane de l'aile	D'après les mesures à la balance (veine de 2m.)
-8°3	1.82	1.62	3.44	2.25	1.55
-6°1	1.46	1.26	2.72	3.07	1.54
-4°0	1.59	1.31	2.90	3.23	1.92
-1°9	1.51	1.28	2.79	4.01	2.67
0°2	1.73	1.33	3.06	5.09	3.72
4°5	3.65	1.58	5.23	7.70	6.88
9°0	11.1	1.50	12.60	11.95	11.70
16°5	13.8	5.60	19.40	17.75	22.50

Signification physique du terme $\int \frac{\Delta p'}{H} dz$.

Si l'on se reporte aux formules pratiques que nous avons établies au Chapitre II, on voit que l'on a toujours :

$$\frac{\Delta p}{H} = \frac{h_1}{H} - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2$$

Comme nous avons posé :

$$\frac{\Delta p}{H} = 1 - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2 - \frac{\Delta p'}{H}$$

Il s'ensuit que :

$$\frac{\Delta p'}{H} = 1 - \frac{h_1}{H} = \frac{H - h_1}{H}.$$

Mais, H et h_1 représentent les pressions transmises par deux tubes de Pitot faisant face au courant, placés dans le même filet de hauteur Δz, l'un (H) étant situé dans la section AC et l'autre (h_1) dans la section BD.

La différence $H - h_1$ représente donc la perte de charge entre les points correspondants de ces deux sections. Cette perte de charge est une pression qui intéresse, par seconde, un volume fluide égal à $V_0 dz \times 1$; elle correspond donc à une énergie dissipée par seconde :

$$(H - h_1)\, V_0 \,.\, dz.$$

Pour l'ensemble du champ aérodynamique, cette énergie sera :

$$W = \int (H - h_1)\, V_0\, dz$$

On pourra la considérer comme résultante du travail d'une résistance $R_x = \frac{W}{V_0}$, parallèle à V_0 et définie par un coefficient absolu C :

$$C = \frac{1}{L}\,\frac{R_x}{H} = \frac{1}{L}\int \frac{H - h_1}{H}\, dz = \frac{1}{L}\int \frac{\Delta p'}{H}\, dz.$$

On voit donc que le terme :

$$\frac{1}{L}\int \frac{\Delta p'}{H}\, dz$$

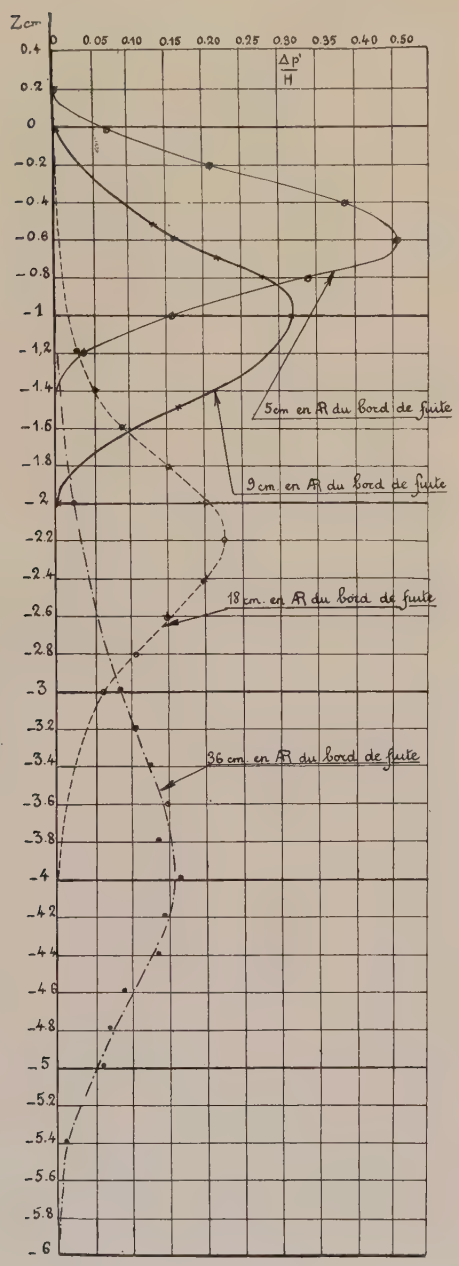
du tableau XIII représente dans l'expression de la résistance à l'avancement la part correspondant à *l'énergie dissipée sous forme de chaleur dans l'écoulement entre la section de contrôle avant et la section BD*. L'autre terme :

$$\int \left(1 - \frac{v^2}{V_0^2} \cos 2\alpha\right) dz$$

représentera, par conséquent, la part de l'énergie qui se transformera en chaleur dans le reste du sillage, au delà de BD.

On voit, par les chiffres de ce tableau, combien cette dernière part est encore importante, bien que la section BD soit déjà à une distance du bord de fuite égale à la profondeur du profil.

D'ailleurs, dans les limites des mesures faites, la la quantité $\frac{1}{L}\int \frac{\Delta p'}{H}\, dz$ ne varie pas sensiblement quelle que soit la section arrière considérée. Ainsi, nous avons reproduit *figure* 68, pour l'incidence $i = 4°5$ ($C_z = 0{,}90$) les variations de $\frac{\Delta p'}{H}$ en fonction de Z dans quatre sections situées respectivement à 5, 9, 18 et 36 cm. en arrière du bord de fuite. Comme le lecteur pourra s'en assurer, les quatre courbes ont sensible-



(Fig. 68)

ment les mêmes surfaces, autrement dit, l'énergie dissipée sous forme de chaleur n'augmente que très lentement en arrière du bord de fuite.

On voit par ces exemples que l'application du théorème des quantités de mouvement, en permettant d'envisager des masses limitées de fluide, évite les erreurs que l'on commettrait inévitablement si l'on voulait utiliser, pour évaluer la résistance à l'avancement, la mesure, à distance finie du profil de l'énergie perdue sous forme de chaleur. La totalité de cette énergie est finalement répartie sur des masses considérables, faiblement troublées en détail, et dont l'évaluation échappe à toute mesure directe.

CHAPITRE VI

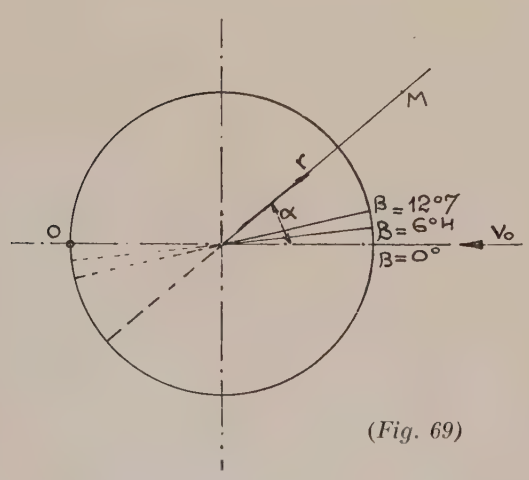
COMPARAISON SOMMAIRE DE L'ÉCOULEMENT THÉORIQUE DE JOUKOWSKI ET DE L'ÉCOULEMENT RÉEL

Bien que le professeur Joukowski ne paraisse avoir imaginé sa théorie que dans le but d'expliquer et de calculer la sustentation globale d'un profil et les pressions locales qui peuvent régner sur ce dernier, il n'est pas sans intérêt de rechercher, au moins sommairement, si le champ aérodynamique qu'il obtient à une certaine distance du profil, a un rapport plus ou moins approché avec la réalité. Dans ce but, nous avons déterminé pour trois incidences le champ théorique autour du profil que nous avons choisi pour nos expériences. Cette étude comporte nécessairement deux parties : la première concerne la détermination du champ (A) de Joukowski autour du cylindre de section circulaire, et la deuxième la transformation de la section circulaire dans le profil choisi, entraînant la transformation correspondante du champ (A) .

Pour la détermination du champ (A) , on peut se contenter de calculer le réseau d'iso-potentiels de vitesse ou celui des lignes de courant qui est orthogonal au premier. Nous avons préféré partir des potentiels de vitesse qui s'expriment d'une manière particulièrement simple dans le cas du tourbillon de Joukowski. La méthode d'utilisation de ces réseaux d'iso-potentiels a été rappelée au Chapitre I (voir *fig.* 18). Elle est suffisamment précise pour un examen sommaire des propriétés du champ autour du profil.

I. — Tracé du champ théorique de Joukowski autour du cylindre de section circulaire.

Etant donné (*fig.* 69) un cylindre circulaire de rayon a_1 , le champ en un point M d'argument α et dont la distance de l'axe du cylindre est r , admet comme potentiel de vitesse dans l'écoulement de Joukowski, la somme des deux potentiels Φ_1 et Φ_2 définis par (voir Chapitre I);



(*Fig. 69*)

$$\Phi_1 = -\cos\alpha\left(r + \frac{1}{r}\right) \qquad \Phi_2 = -\frac{K\alpha}{\pi}.$$

La détermination de K se fait, comme l'on sait, par la fixation des points du cercle d'argument β et $\pi + \beta$ où la vitesse sera nulle. En se reportant aux formules données au Chapitre I à propos de la théorie de Joukowski, ou verra que :

$$K = 2\pi V_0 a_1 \sin\beta.$$

Si on choisit la vitesse V_0 à l'infini dans le plan du cercle comme unité de vitesse et le rayon a_1 du cercle comme unité de longueur, on aura simplement :

$$K = 2\pi \sin\beta.$$

Dans ces conditions, les vitesses locales autour du cercle seront en réalité $\frac{v}{V_0}$ et les distances r seront à exprimer en fractions de a_1.

Comme l'on sait, les angles β ne sont pas autre chose que les angles d'incidence du profil, comptés à partir de la position de sustentation nulle. Dans ces conditions, nous avons déterminé le champ théorique autour du profil choisi pour les trois incidences suivantes :

$$i = -8^0,3 \qquad -1^0,9 \qquad 4^0,5$$

pour lesquelles on a :

$i = -8^0,3$	$100\ C_z = 0$	$\beta = 0^0$	$K = 0$
$i = -1^0,9$	$100\ C_z = 45$	$\beta = 6^0,4$	$K = 0,7002$
$i = 4^0,5$	$100\ C_z = 90$	$\beta = 12^0,7$	$K = 1,3816$

Pour le calcul de Φ_1, on dressera un tableau analogue au tableau XIV indépendant de l'angle β.

TABLEAU XIV $\quad \Phi_1 = -\cos\alpha\left(r + \frac{1}{r}\right)$

VALEURS DE r	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	.....	8	9	10
$r + \frac{1}{r}$	2.0	2.008	2.033	2.069	2.114	.....	8.125	9.110	10.100
VALEURS DE $\Phi_1 = -\cos\alpha\left(r+\frac{1}{r}\right)$ — $\alpha = 0°$	-2.0	-2.008	-2.033	-2.069	-2.114	.....	-8.125	-9.110	-10.10
10°	-1.97	-1.975	-2.00	-2.04	-2.08	.....	-8.00	-8.87	-9.95
20°	-1.88	-1.885	-1.91	-1.945	-1.985	.....	-7.64	-8.56	-9.50
—	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
360°	-2.0	-2.008	-2.033	-2.069	-2.114	.....	-8.125	-9.110	-10.00

Pour le calcul de $\Phi_2 = -\frac{K\alpha}{\pi}$, on dressera un tableau analogue au tableau XV, où les valeurs données en exemple correspondent à $i = -1^0,9$; $\beta = 6^0,4$; $K = 0,7002$, mais sont indépendantes de r.

TABLEAU XV $\quad \Phi_2 = -\frac{K\alpha}{\pi}$

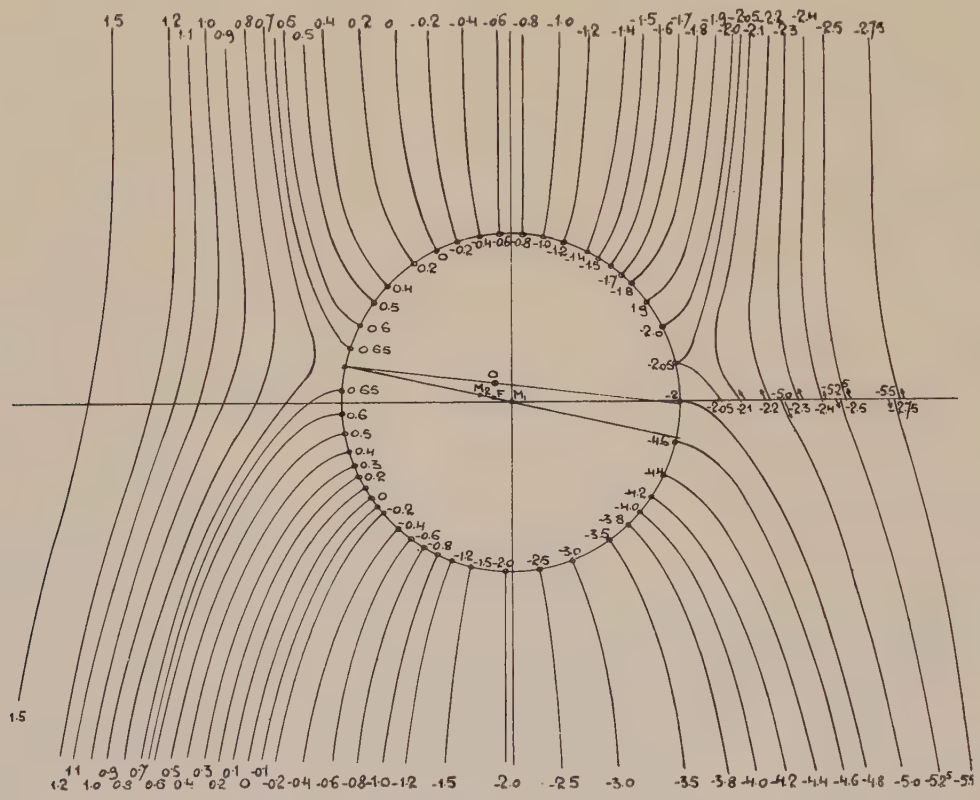
α	$\alpha_{RAD.}$	$\frac{\alpha_{RAD}}{\pi}$	$\Phi_2 = -K\frac{\alpha_R}{\pi}$
0°	0	0	0
10°	$\pi/18$	$1/18$	-0.0389
20°	$2\pi/18$	$2/18$	-0.0779
.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....
360°	$36\pi/18$	$36/18$	-1.4004

On a ainsi tous les éléments pour la constitution du tableau définitif XVI, donnant $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$, en fonction de r et de α.

TABLEAU XVI $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$ pour $\beta = 6^0,4$

VALEURS DE r	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	----------	8	9	10
α = 0°	-2.00	-2.008	-2.053	-2.069	-2.114	----------	-8.125	-9.110	-10.10
α = 10°	-2.009	-2.014	-2.039	-2.079	-2.119	----------	-8.039	-8.809	-9.989
α = 20°	-1.958	-1.963	-1.988	-2.023	-2.053	----------	-7.718	-8.638	-9.578
------	------	------	------	------	------	----------	------	------	------
------	------	------	------	------	------	----------	------	------	------
α = 360°	-3.401	-3.409	-3.434	-3.470	-3.515	----------	-9.526	-10.512	-11.501

Une fois en possession des potentiels Φ, il est facile d'en tracer le réseau autour du cercle de base de rayon a_1. La *figure* 70 donne ce tracé pour l'angle $\beta = 12^0,7$.



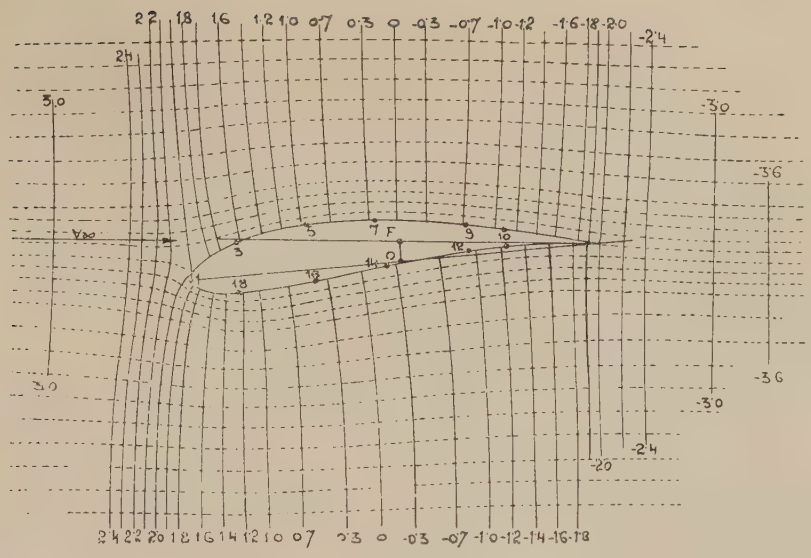
(*Fig. 70*) COURBES ISO-POTENTIELLES AUTOUR D'UNE SECTION CIRCULAIRE, DANS LE CAS DE L'ÉCOULEMENT DE JOUKOWSKI AVEC L'HYPOTHÈSE $\beta = 12^0\,7$

II. — Champ autour du profil.

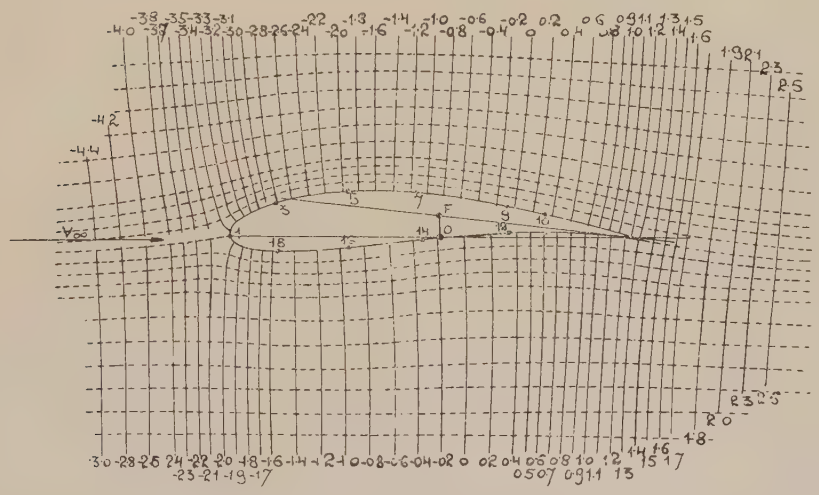
Pous passer du champ autour du cercle au champ autour du profil, il faut appliquer la fonction de transformation de Joukowski :

$$Z = \frac{1}{2}\left(z + \frac{a^2}{z}\right)$$

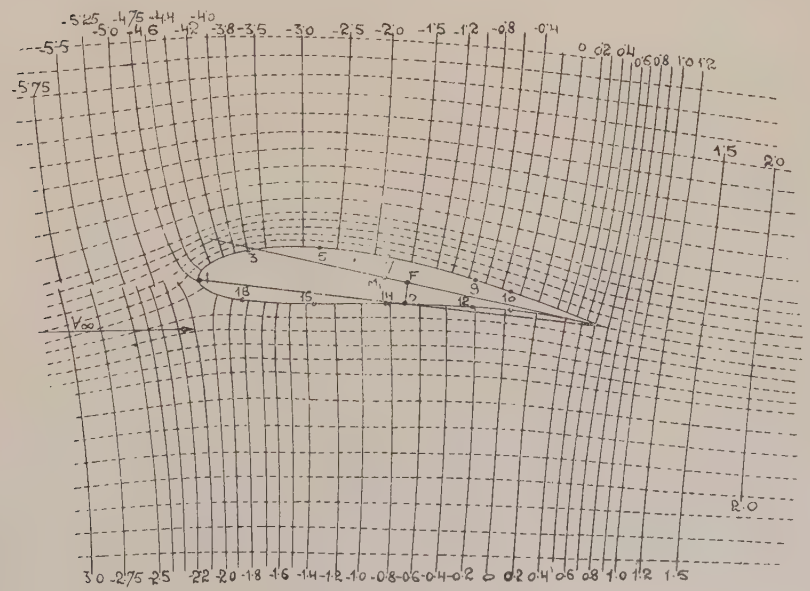
que nous avons adoptée, avec $a = 0{,}889$, aux divers points z des iso-potentiels du plan du cercle. Les calculs algébriques seraient interminables. Grâce à l'obligeance de M. Barrillon, Ingénieur en chef de la Marine, Directeur du Bassin d'essai des Carènes, nous avons pu arriver très rapidement au résultat.



(Fig. 71) COURBES ISO-POTENTIELLES ET LIGNES DE COURANT THÉORIQUES AUTOUR D'UN PROFIL JOUKOWSKI POUR $\beta = 0^0$



(Fig. 72) COURBES ISO-POTENTIELLES ET LIGNES DE COURANT THÉORIQUES AUTOUR D'UN PROFIL JOUKOWSKI POUR $\beta = 6^0 4$



(Fig. 73) COURBES ISO-POTENTIELLES ET LIGNES DE COURANT THÉORIQUES AUTOUR D'UN PROFIL JOUKOWSKI POUR $\beta = 12^0 7$

M. Barrillon a, en effet, réalisé un double inverseur (1) de Peaucellier, composé de douze tiges de deux longueurs différentes, qui résout mécaniquement le tracé de la transformation :

$$Z = z + \frac{a^2}{z}$$

et qui est applicable, par conséquent, au tracé du champ autour d'un profil Joukowski en partant du champ autour du cercle.

L'application de ce procédé au profil Joukowski que nous avons étudié, nous a donné les résultats représentés sur les *figures* 71, 72 et 73 où les iso-potentiels de vitesse transformés de ceux du cercle sont donnés en traits pleins.

De la connaissance en chaque point de la variation $\Delta\Phi$ de potentiel en fonction de l'écartement Δn des iso-potentiels encadrant ce point, on peut déduire par le rapport : $\frac{\Delta\Phi}{\Delta n}$ la vitesse V au point considéré du champ.

Nous avons opéré sur un tracé fourni directement par l'appareil de M. Barrillon, où le profil avait 36 cm. de profondeur. Les rapports $\frac{v}{V_0}$ de la vitesse théorique en un point à la vitesse à l'infini dans le plan du profil, que nous en avons déduits sont reproduits dans le tableau XVII. Nous nous sommes attachés à déterminer les vitesses théoriques aux points mêmes où nous avions relevé les vitesses réelles. Le lecteur aura donc toute facilité pour procéder à des comparaisons de chiffres de ce tableau et de ceux des tableaux de l'Annexe en s'inspirant toutefois des considérations que nous allons maintenant développer.

III. — Comparaison des vitesses théoriques et réelles.

Quand on veut comparer un écoulement tel que celui de Joukowski à un écoulement réel, on se heurte, dès le début, à une difficulté.

L'écoulement de Joukowski est un écoulement plan que l'on obtiendrait dans une section quelconque d'une aile d'envergure infinie, plongée dans un fluide illimité. L'écoulement réel que nous avons observé est aussi, par symétrie, un écoulement plan, puisqu'il est relatif à la section centrale d'une aile, mais il est obtenu avec une aile d'allongement fini, exposée dans un courant d'air de dimensions limitées. Il est très possible, *a priori*, que les résultats de comparaison comportent des écarts systématiques provenant de ces différences essentielles.

Prandtl et ses élèves sont parvenus à établir une théorie mathématique dans laquelle les influences dues aux dimensions limitées de la veine et à l'envergure finie du profil ont pu être explicitées. Nous ne pouvons entrer ici dans les détails de cette théorie qui sont bien connus aujourd'hui; nous en rappellerons seulement en quelques mots les résultats fondamentaux.

En ce qui concerne les limites du courant d'air artifiel, Prandtl a indiqué que pour une veine libre (comme c'est le cas au Laboratoire Eiffel), tout se passe comme si l'aile était placée dans un courant d'air légèrement descendant, d'un angle Δi proportionnel à la sustentation unitaire. Pour notre exemple, on trouvera page 43 l'expression générale de Δi. Nous dirons seulement ici que cette correction est faible, qu'elle est de l'ordre de grandeur de l'accroissement d'incidence dû aux flexions de la tige-support de la balance et qu'elle compense presque exactement ce dernier. De la sorte ,les angles i d'incidence — 8°,3, — 6°,1, etc., sont sensiblement les mêmes que les angles i_2 relatifs à la veine illimitée (tableaux VII et VIII, pages 42 et 43).

Quant à l'influence de l'envergure, elle se manifesterait, d'après Prandtl, par l'action des deux tourbillons marginaux, créant chacun un champ cyclique d'axe faiblement incliné sur la direction générale du courant, et qui auraient ainsi pour effet de placer l'aile dans un courant d'air descendant. Pour une aile donnée, la déviation moyenne du courant primitif, induite par ces tourbillons marginaux, est proportionnelle à la sustentation unitaire et en raison inverse de l'envergure.

---

(1) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, Mars 1926. *Conférences de la Faculté des Sciences de Paris*, 1926.

Tableau XVII

Rapports de v/v_0 théoriques

Valeurs de Z		i = -8°3 (β = 0°)										
		Nos des sections										
		III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
Au dessus du niveau de référence	0	.95	.88	1.46	1.04	1.21	1.21	1.14	1.09	"	0.96	.97
	0.5	"	.88	"	1.04	1.12	1.16	1.11	1.06	1.00	.98	.98
	1.0	.94	.89	.59	1.02	1.11	1.16	1.10	1.06	1.00	.98	.98
	1.5	"	"	.69	1.00	1.10	1.14	1.10	1.05	1.00	1.06	.98
	2.0	.94	.91	.74	1.00	1.09	1.12	1.10	1.04	1.00	1.00	.98
	2.5	"	"	.78	1.00	1.09	1.12	1.10	1.03	1.01	"	"
	3.0	"	.95	.84	.98	1.07	1.10	1.09	1.02	1.01	1.02	0.99
	4.0	"	.98	.92	.99	1.06	1.09	1.07	1.02	1.01	.99	"
	5.0	.93	1.00	.95	.99	1.04	1.07	1.06	1.02	1.00	"	.99
	10.0	"	"	.98	1.00	1.02	1.03	1.02	1.00	1.00	.99	"
Au dessous du niveau de référence	0	95	88	1.46	1.42	1.16	1.01	.90	.88	.89	.96	.97
	0.5	"	.87	1.54	1.29	1.15	.99	.91	.91	.88	.95	.97
	1.0	.95	.88	1.43	1.24	1.14	.99	.92	.92	.89	.94	97
	1.5	"	.91	1.18	1.21	1.14	.98	.94	.91	.91	.94	.97
	2.0	.96	.91	1.14	1.18	1.14	.98	.94	.92	.92	.93	.97
	2.5	"	.97	1.11	1.16	1.13	.98	.95	.93	.94	"	"
	3.0	.98	1.01	1.10	1.16	1.13	.98	.97	.93	.96	.93	.99
	4.0	"	1.02	1.06	1.12	1.12	.98	.98	.94	.98	"	"
	5.0	"	1.02	"	"	"	"	"	"	.99	.96	.99
	6.0	"	"	1.02	1.11	1.10	.99	1.00	.94	"	"	"
	10.0	1.00	1.02	"	"	"	"	"	"	"	"	"
	12.0	"	"	1.02	1.0	1.03	1.00	1.00	.99	"	"	"

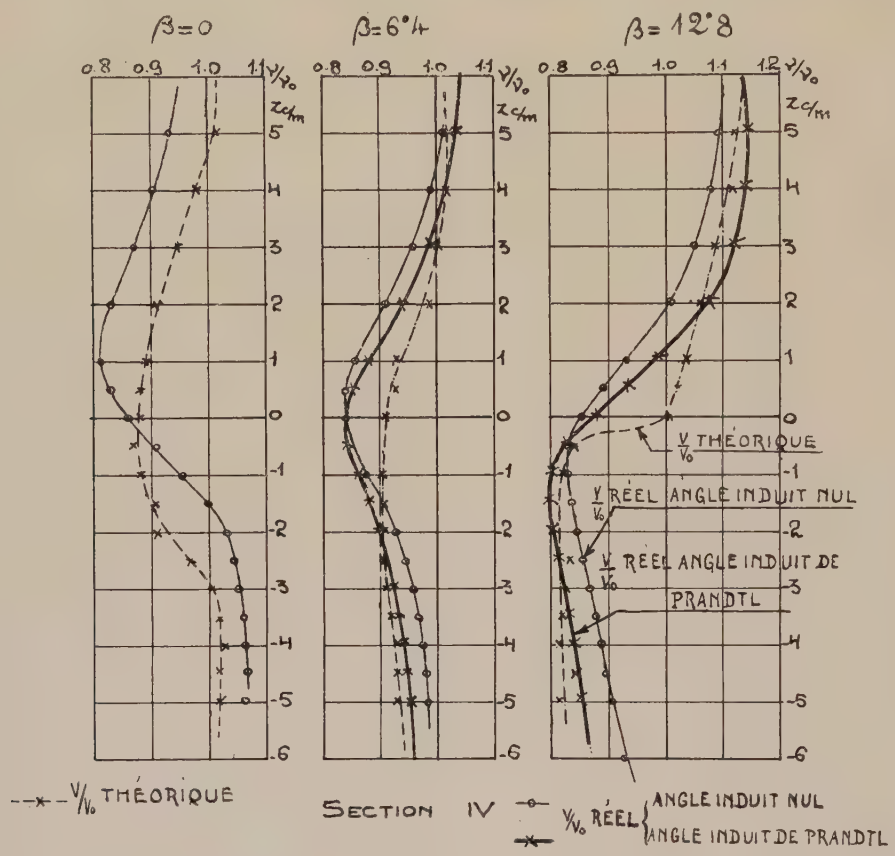
Valeurs de Z		i = -1°9 (β = 6°4)										
		Nos des sections										
		III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
Au dessus du niveau de référence	0	.95	.91	.20	1.41	1.42	1.34	1.22	1.15	.88	1.04	1.02
	0.5	"	.93	"	1.45	1.38	1.35	1.20	1.13	.99	1.04	1.02
	1.0	.96	.93	1.04	1.41	1.38	1.34	1.22	1.11	1.00	1.04	1.02
	1.5	"	"	1.06	1.36	1.38	1.34	1.22	1.11	1.06	1.02	1.03
	2.0	.98	.99	1.08	1.32	1.36	1.34	1.22	1.11	1.06	1.02	1.02
	2.5	"	"	1.11	1.28	1.34	1.32	1.22	1.11	1.065	"	"
	3.0	"	1.00	1.10	1.24	1.32	1.31	1.18	1.11	1.065	1.01	1.01
	4.0	"	1.02	1.10	1.19	1.30	1.30	1.16	1.10	1.05	"	"
	5.0	1.00	1.02	1.08	1.16	1.24	1.24	1.15	1.08	1.04	1.00	1.00
	10.0	"	"	1.06	"	"	1.24	1.12	1.06	1.00	"	1.00
Au dessous du niveau de référence	0	.95	.91	.20	1.08	.99	.91	.84	.82	.88	1.04	1.02
	0.5	"	"	.91	1.03	.93	.92	.87	.83	.77	1.00	1.02
	1.0	.97	.91	.92	1.00	.92	.92	.88	.83	.79	.97	1.00
	1.5	"	.91	.93	.98	.92	.93	.88	.84	.81	.93	1.00
	2.0	.97	.91	.94	.96	.92	.93	.90	.85	.83	.91	1.00
	2.5	"	.91	.94	.95	.94	.94	.90	.86	.84	.89	"
	3.0	.98	.91	.96	.95	.95	.95	.91	.87	.85	.89	1.00
	4.0	"	.93	.97	.95	.95	.96	.93	.88	.87	"	"
	5.0	1.00	.93	"	"	"	"	"	90	.91	.89	.99
	6.0	"	"	.99	.98	.96	.95	.95	"	"	"	"
	10.0	"	.96	"	"	"	"	"	.95	"	"	"
	12.0	"	"	.99	.99	.96	1.00	"	"	"	"	"

Valeurs de Z		i = 4°5 (β = 12°8)										
		Nos des sections										
		III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
Au dessus du niveau de référence	0	1.00	1.01	1.09	1.78	1.62	1.48	1.30	1.20	"	.97	1.01
	0.5	"	1.02	1.52	1.77	1.62	1.49	1.29	1.18	1.02	0.98	1.02
	1.0	1.04	1.04	1.36	1.72	1.55	1.47	1.29	1.20	1.04	.98	1.02
	1.5	"	"	1.26	1.62	1.51	1.44	1.27	1.21	1.06	.98	1.02
	2.0	1.02	1.06	1.24	1.54	1.47	1.43	1.25	1.23	1.06	1.00	1.01
	2.5	"	"	1.28	1.49	1.43	1.42	1.25	1.24	1.08	"	"
	3.0	"	1.09	1.30	1.44	1.40	1.40	1.24	1.22	1.09	1.02	1.00
	4.0	"	1.12	1.24	1.36	1.34	1.39	1.23	1.22	1.10	"	"
	5.0	1.01	1.12	1.22	1.32	1.31	1.38	1.22	1.19	1.12	1.04	"
	10.0	"	"	1.14	1.16	1.19	1.30	1.20	1.18	1.12	1.04	1.00
Au dessous du niveau de référence	0	1.00	1.01	1.09	.74	.80	.79	.76	.75	.86	.97	1.01
	0.5	"	.84	"	.72	.78	.78	.77	.74	.83	.95	1.00
	1.0	.96	.82	.59	.73	.78	.78	.78	.77	.83	95	.99
	1.5	"	.81	.67	.74	.78	.78	.78	.78	.87	.95	.98
	2.0	.92	.80	.69	.75	.78	.78	.79	.80	.86	.94	.97
	2.5	"	.83	.72	.75	.78	.78	.80	.82	.86	"	"
	3.0	.90	.84	.74	.77	.78	.78	.81	.84	85	.95	.96
	4.0	"	.82	.77	.78	.78	.79	.83	.87	.84	"	"
	5.0	.89	.81	"	"	"	"	"	.89	.85	.94	.95
	6.0	"	"	.78	.80	.81	.80	.85	"	"	"	"
	10.0	"	.84	"	"	"	"	"	.88	.87	.91	"
	12.0	"	"	.88	.91	.88	.87	.86	"	"	"	"

Le niveau de référence Z est, pour chaque section, le même que celui indiqué p. 100 au début de l'Annexe

Pour l'aile d'allongement 5 que nous avons utilisée dans nos essais, l'angle induit Δi est d'un ordre de grandeur dix fois plus élevé que la correction d'incidence due à l'influence des limites du courant (voir tableau VII, page 42); il s'agit donc ici d'une correction relativement considérable, et qu'il convient d'examiner un peu plus en détail.

Au fond, le calcul de l'angle induit repose essentiellement sur la répartition des portances le long de l'envergure et sur la loi suivant laquelle un tourbillon est supposé agir dans un plan perpendiculaire à son axe. Dans les théories de Prandtl et de ses élèves, la répartition des portances le long de l'envergure, choisie de telle manière que toutes les intégrations puissent s'effectuer, a une grande ressemblance d'allure avec la répartition réelle, dont elle ne diffère sensiblement que dans le voisinage immédiat des extrémités marginales. Pour la loi de distribution des vitesses dues au champ cyclique seul, on a



(Fig. 74) (SECTION V) VITESSES THÉORIQUES ET VITESSES RÉELLES EN AVANT DU PROFIL

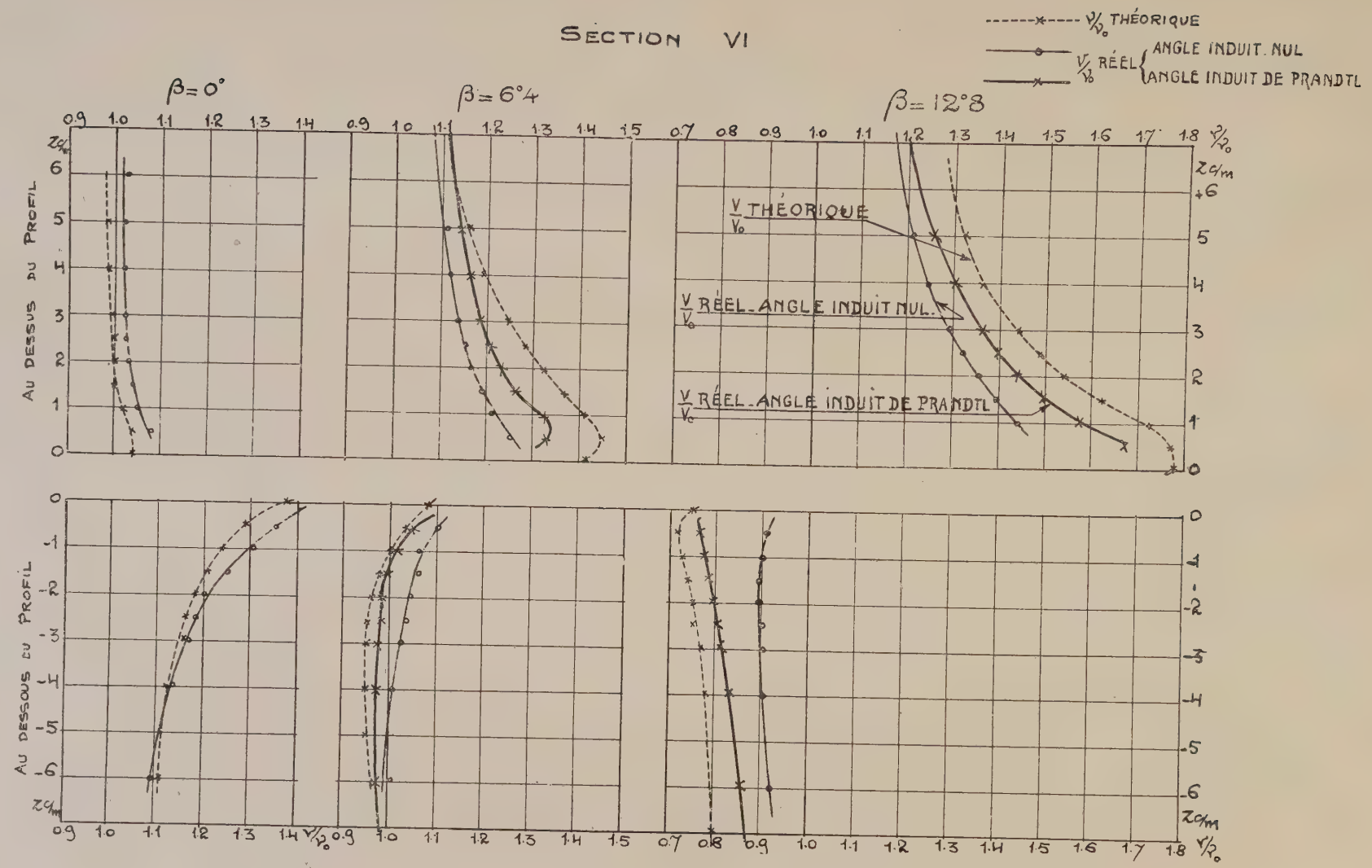
simplement transposé en Aérodynamique la loi de Biot et Savart de l'Electro-Magnétisme en écrivant qu'un tourbillon rectiligne produit à une distance r, mesurée transversalement à son axe, une vitesse dirigée dans le sens de rotation du tourbillon et proportionnelle à $1/r$.

Ces postulats de la théorie de Prandtl ont reçu récemment une confirmation par les expériences de MM. Fage et Simmons (1).

Ces deux savants anglais ayant étudié le champ tourbillonnaire en arrière d'un aile de 0,910 × 0,152, inclinée à 6° ($Cz = 0{,}736$) sont arrivés à la conclusion que le champ réel était presque identique à celui de la théorie de Prandtl. Pour que le recoupement soit complet, il resterait encore à montrer que ces conclusions sont aussi valables pour le champ au-dessus ou au-dessous du profil.

Pour en revenir à notre comparaison et pour prévoir tous les cas possibles, nous pensons que le mieux est de mettre en parallèle, dans les deux hypothèses d'un angle induit

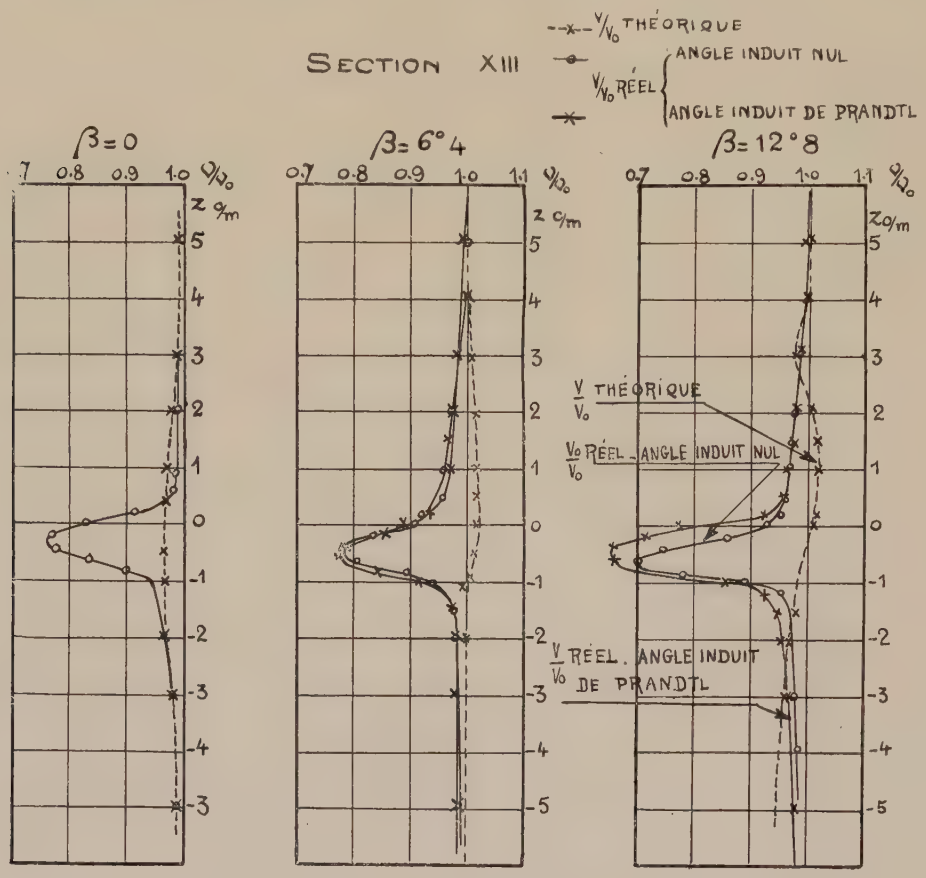
(1) FAGE et SIMMONS. *An investigation of the air-flow pattern in the wake of an aerofoil of finite span.* (Philosophical transactions of the Royal Society of London 1925. Série A. Vol. 1.225, p. 303-330).



(Fig. 75) VITESSES THÉORIQUES ET VITESSES RÉELLES SUR LE DOS ET SUR LE DESSOUS DU PROFIL

nul et d'un angle induit de Prandtl, l'écoulement théorique de Joukowski et l'écoulement réel observé. Cette comparaison ainsi faite aura de plus l'avantage de préciser l'importance de la modification que l'introduction de l'angle induit apporte aux vitesses locales pour une incidence donnée.

Pour l'aile d'allongement 5 que nous avons étudiée, la considération de l'angle induit ferait correspondre aux résultats théoriques de $i = -1^{\circ}.9$, sensiblement le résultat que nous avons obtenu dans notre exploration à $i = 0^{\circ},2$ ($Cz = 0,45$ $\Delta i = 2^{\circ},2$) et à celui de $i = 4^{\circ}5$ le résultat des observations à 9° ($Cz = 0,90$ et $\Delta i = 4^{\circ}5$).



(Fig. 76) VITESSES THÉORIQUES ET VITESSES RÉELLES EN ARRIÈRE DU PROFIL

Dans ces conditions, on peut résumer comme ci-dessous les divers angles à considérer finalement pour les comparaisons (1) que nous nous proposons de faire.

ÉCOULEMENTS THÉORIQUES			ÉCOULEMENS RÉELS DANS LES CAS :	
			Angle induit nul	Angle induit de Prandtl
$C_z = 0$	$\beta = 0^{\circ}$	$i = -8^{\circ}3$	$i = -8^{\circ}3$	$i = -8^{\circ}3$
$C_z = 0,45$	$\beta = 6^{\circ}4$	$i = -1^{\circ}9$	$i = -1^{\circ}9$	$i = +0^{\circ}2$
$C_z = 0,90$	$\beta = 12^{\circ}8$	$i = +4^{\circ}5$	$i = +4^{\circ}5$	$i = +9^{\circ}0$

Nous reproduisons (*fig.* 74, 75 et 76) trois diagrammes illustrant ces comparaisons.

(1) La comparaison de la *fig. 20* ne tient pas compte de l'angle induit. En prenant en considération ce dernier, à l'angle $\theta = 12^{\circ}8$ devrait correspondre l'angle $i = 9^{\circ}$. Le lecteur pourra s'assurer que, dans ces conditions, les écarts entre les pressions théoriques et les pressions réelles sont beaucoup réduits. Il en est de même pour le rapport $\frac{Cz \text{ réel}}{Cz \text{ théor.}} = 0,65$ de la page 19, qui devient beaucoup plus voisin de 1, si l'on fait entrer en considération le même angle induit.

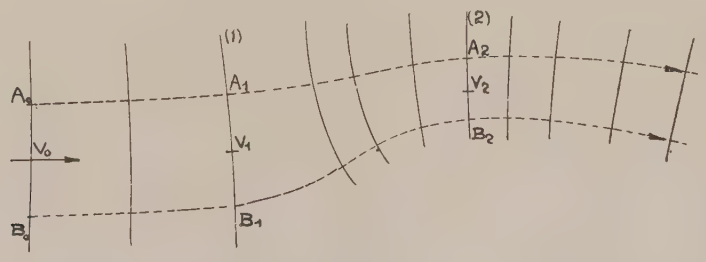
La *figure* 74 donne, pour la section IV, située à 2 cm. en avant de notre profil de 18 cm., les variations de $\frac{v}{V_0}$ en fonction de z, distance du point considéré au-dessous ou au-dessus de l'horizontale passant par le point 1 du bord d'attaque. Les écarts entre la courbe théorique et la courbe réelle peuvent paraître relativement élevés surtout à l'angle de portance nulle ($\beta = 0°$) pour lequel précisément la correction d'angle induit est nulle. Pour cette incidence ,les minima des vitesses sont décalés en position de 2 cm. environ, alors que les valeurs de ces minima sont presque les mêmes en théorie et en réalité. Il n'y a pas lieu, croyons-nous, d'attacher trop d'importance au décalage des deux courbes, étant donné que la région où on observe ce décalage est précisément dans la zone où il est fort possible qu'une inter-action entre la sonde et le profil ait joué un rôle perturbateur.

Les courbes de la *figure* 75 sont relatives au même rapport $\frac{V}{V_0}$ pour les différents points d'ordonnée z de la section VI, située à 2 cm. environ en arrière du bord d'attaque de notre profil. C'est une zone où l'on rencontre les plus grandes vitesses sur le dos du profil. On remarquera que pour l'angle de portance nulle, les écarts maxima entre la courbe théorique et la courbe réelle sont de l'ordre de 5 % seulement. Aux autres incidences, cet écart n'augmente pas sensiblement si l'on adopte come courbe réelle celle qui tient compte de l'angle induit de Prandtl. D'une manière générale, les vitesses théoriques sont, toutes choses égales d'ailleurs, plus élevées que les vitesses réelles sur le dessus de l'aile et moins élevées sur le dessus. C'est le résultat que pouvait faire prévoir la mesure des pressions locales sur le profil et leur comparaison avec les pressions théoriques. Il est intéressant de noter cependant que les divergences entre la théorie et la réalité ne restent pas localisées au voisinage *immédiat* du profil, mais qu'elles s'étendent assez loin de ce dernier.

Enfin, les courbes de la *figure* 76 sont relatives à la section XIII située à 5 cm. en arrière de l'aile. Ici, les divergences entre la réalité et la théorie ne portent pratiquement plus que sur l'étroite bande du sillage où les vitesses réelles sont naturellement moins élevées que les vitesses théoriques.

IV. — Directions théoriques et directions réelles du courant.

Pour l'étude du champ théorique autour du profil, nous sommes partis du tracé des lignes équipotentielles, parce que ces dernières fournissent un bon procédé graphique permettant d'évaluer la grandeur de la vitesse. Quant à la direction de cette vitesse, elle est donnée, comme l'on sait, par le tracé en chaque point de la normale à la ligne équipotentielle passant en ce point, tracé que l'on peut faire convenablement avec un peu d'habitude.



(Fig. 77)

Si du tracé des diverses directions, on veut passer à celui d'une ligne ou d'un tube de courant continu, on risque d'accumuler peu à peu de petites erreurs et d'obtenir finalement ainsi une image assez déformée du phénomène. Pour éviter cet inconvénient, le mieux est de s'inspirer de la grandeur des vitesses moyennes en procédant comme suit :

On part dans la région peu troublée (*fig.* 77), très en avant du profil, d'un tube de courant de hauteur donnée A_0 B_0 . Sur la ligne équipotentielle (1) à la hauteur approchée

du filet la vitesse moyenne étant V_1, l'épaisseur du tube sera $A_1 B_1$, telle que :

$$A_1 B_1 = A_0 B_0 \frac{V_0}{V_1}.$$

De même sur la ligne (2), on aura :

$$A_2 B_2 = A_0 B_0 \frac{V_0}{V_2}, \text{ etc...}$$

car pour satisfaire au principe de la continuité du fluide, il faut supposer que le tube se rétrécit dans les régions où les vitesses augmentent et s'épanouit dans celles où elles diminuent.

L'application de cette méthode au profil Joukowski nous a conduit aux diagrammes des *figures* 71, 72, 73, où les lignes de courant sont tracées en pointillés. On voit qu'on ne trouve aucun décollement ,mais qu'il existe un épanouissement progressif des tubes de courant vers le bord de sortie. Au point de vue de la comparaison des directions relevées directement et de celles déduites, par la méthode que nous venons d'indiquer, de l'écoulement théorique, on peut dire qu'il y a, en général, une assez bonne concordance entre l'écoulement réel et l'écoulement de Joukowski, surtout si l'on tient compte de l'angle induit. Des divergences d'une certaine importance se manifestent seulement aux fortes incidences et immédiatement en avant du bord d'attaque. Il est possible qu'elles soient dues à l'inter-action de la sonde et de la surface, car, dans cette région, comme nous l'avons dit au Chapitre II (p. 29), les mesures peuvent conduire à des résultats un peu inexacts.

En résumé, la théorie de Joukowski donne, bien qu'elle néglige la viscosité des résultats assez rapprochés de la réalité pour constituer, pensons-nous, *uen première approximation dans la théorie des faits aérodynamiques.*

En tenant compte de l'angle induit de Prapdtl, les écarts entre les vitesses données par cette théorie et celles que nous avons pu mesurer deviennent de l'ordre de 5 % seulement dans les cas les plus défavorables, si l'on excepte la zone de sillage, où, *a priori*, la viscosité doit jouer un rôle prépondérant.

Le calcul théorique de l'angle induit, basé sur l'action des tourbillons libres se détachant des bords marginaux d'une aile a été publié par Prandtl en 1918 (1) et avait été utilisé par son élève Munk dès 1917 (2). Mais, en 1912, le professeur Joukowski avait introduit déjà les notions de tourbillons libres, de tourbillons attachés, de vitesse additionnelle (équivalente à la vitesse induite), etc., dans sa *Théorie tourbillonnaire de l'Hélice propulsive* (3).

On voit ainsi quel rôle éminent le grand savant russe aura joué dans le développement de l'Aérodynamique théorique. Cette science est encore bien récente et il est possible que ses idées originales ne soient pas intégralement utilisées dans l'avenir par les savants, mais on peut déjà dire que Joukowski aura été un chef d'école aux conceptions fécondes, dont la plupart des théoriciens de notre génération se seront plus ou moins inspirés.

---

(1) L. Prandtl. — *Tragflügel Theorie.*

(2) Munk. — *Technische Berichte*, 2e volume.

(3) Joukowski. — *La théorie tourbillonnaire de l'hélice propulsive* (traduction de M. Apostol, préface de M. W. Margoulis), Paris, Gauthier-Villars, 1927.

CONCLUSIONS

Le tracé des lignes de courant autour de certains profils sustentateurs peut se faire en partant d'un écoulement à potentiel cyclique autour d'un cercle, écoulement que l'on transforme ensuite par représentation conforme. Joukowski a le premier donné une solution mathématique rigoureuse et générale de ce problème, avec la réserve que, dans sa théorie, le fluide envisagé est dépourvu de viscosité.

L'introduction de la viscosité entraîne des difficultés théoriques considérables, mais cette grandeur physique semble jouer un rôle tellement important dans les phénomènes aérodynamiques que les efforts des savants pour surmonter toutes ces difficultés sont parfaitement justifiés. Jusqu'à présent, ces efforts n'ont pas encore entièrement abouti au résultat cherché.

En attendant, nous avons pensé qu'il serait peut-être utile aux théoriciens de posséder une image plus complète, que ce qui a été publié jusqu'à ce jour, des propriétés mécaniques d'un fluide réel, tel que l'air, dans ses mouvements autour d'un profil sustentateur. L'étude que nous présentons dans ce but est purement expérimentale. Pour la réaliser, nous avons exposé une aile de 90 × 18 cm. dans le courant d'air du Laboratoire Eiffel, à une vitesse de vent de 20 m./sec. et à huit incidences allant de la sustentation nulle à la sustentation maximum, et, nous limitant pour ces débuts au cas d'un mouvement plan, nous avons exploré toute la région troublée dans la section verticale du courant passant par le plan médian de l'aile.

La méthode d'exploration que nous avons utilisée a été proposée par nous en 1912. Elle repose sur les propriétés d'un tube simple de Pitot que l'on expose face à la vitesse locale puis dans une direction diamétralement opposée à cette dernière. Ces deux opérations fournissent deux relations entre la pression du fluide et la vitesse au point où débouche le Pitot. Il est donc possible d'en déduire ces deux grandeurs. La direction de la vitesse est donnée par l'inclinaison que prend un fil très léger porté par le tube de Pitot lui-même. Nous avons réalisé deux appareils dénommés « *sonde aérodynamique double ou simple* », qui permettent la mise en œuvre de cette méthode.

La méthode ne peut convenir évidemment qu'à l'étude des propriétés moyennes de l'écoulement et non à celles de caractère pulsatoire, de courte période, que cet écoulement pourrait présenter.

De plus, la méthode est en défaut dans les régions où le gradient de pression et de vitesse sont très élevés. Nous avons réduit au minimum ce dernier inconvénient, en employant comme tubes de Pitot de minces aiguilles hypodermiques. Enfin, cette méthode peut aussi conduire (comme toutes les fois qu'une sonde matérielle est introduite dans un champ aérodynamique) à des efforts d'inter-action entre les appareils de mesure et l'aile, lorsqu'on explore des régions situées au voisinage immédiat de cette dernière. Nous avons contrôlé ce phénomène en utilisant la pression sur l'aile même transmise, par de petits orifices percés à la surface de cette dernière et par un système de canalisations intérieures, à un manomètre sensible. Tant que les indications du manomètre ne varient pas, on est en droit de supposer que l'approche de la sonde, au-dessus du trou relié au manomètre, ne crée pas d'inter-action appréciable.

Le profil de l'aile que nous avons choisi est un profil de Joukowski. Nous l'avons choisi ainsi pour que nos résultats puissent être éventuellement utilisés plus facilement par

les théoriciens, mais, en ce qui nous concerne, nous nous sommes imposés de donner tout d'abord ces résultats tels que nous les avons obtenus, sans aucune considération hypothétique, en n'envisageant dans leur exposé la vérification d'aucune théorie particulière quelle qu'elle soit. Nous avons cherché, en rejetant toutes les comparaisons théoriques dans un dernier Chapitre, à mettre avant tout en évidence des faits expérimentaux bien définis, faciles à contrôler, si, comme nous l'espérons, ces résultats sont soumis de la part de divers expérimentateurs à des vérifications que nous souhaitons les plus nombreuses possibles.

Entre autres résultats, nous avons pu vérifier que, dans presque toute l'étendue de la région troublée autour du profil le théorème de Bernoulli s'appliquait pratiquement, autrement dit que l'air s'y comportait comme un fluide parfait, dépourvu de viscosité.

Les seules régions qui fassent exception à cette règle sont la région au voisinage immédiat de la surface et le sillage en arrière du bord de fuite.

En ce qui concerne la première de ces régions, nous n'avons pas pu à vrai dire la déliminer exactement, car nous avons constaté un effet d'inter-action dès que nous avons approché la petite sonde du profil à une distance variant de 5 à 25 mm. suivant les cas. Nous avons été amené ainsi à délimiter une surface Σ enveloppant le profil et à l'intérieur de laquelle nos mesures auraient été mises en défaut par ces effets d'inter-action. Nous avons pu, néanmoins, faire une observation intéressante, à savoir que, pour les points du profil et ceux de Σ situés sur une même normale au profil, la pression était pratiquement la même, sauf dans les régions du bord d'attaque où la courbure des filets était très accentuée.

Dans le sillage, où les filets sont sensiblement rectilignes, nous avons constaté de fortes variations de vitesse. Ces dernières ne s'accompagnaient d'aucune variation de pression dans une tranche normale à la direction initiale du courant d'air.

Ces faits sont en accord avec les conséquences des équations classiques de l'écoulement des fluides visqueux, comme on peut s'en assurer facilement si on écrit ces dernières sous la forme intuitive que leur a donné récemment M. M. Girault et que nous rappelons au début de notre travail.

Pour une incidence donnée, les minima de vitesse dans chaque section du sillage se distribuent dans l'espace suivant une droite issue du bord de fuite et dont l'inclinaison γ sur la direction générale du courant est pour une aile d'allongement 5 ou 6 de l'ordre de $\frac{\beta}{2}$, β étant l'angle d'incidence de l'aile, compté à partir de la sustentation nulle. Des mesures complémentaires nous ont permis de donner la loi empirique des variations en fonction de l'allongement de l'aile, du facteur de proportionnalité m de la formule $\gamma = m\beta$ et ceci pour des allongements allant de 1 à 10. La considération de l'angle induit amène aussi à une autre formule empirique très simple.

Le sillage conserve une forme qui varie peu suivant l'incidence tant que l'on reste au-dessous de l'incidence de sustentation maximum; il s'incline seulement plus ou moins suivant la droite de pente γ qui partage le sillage en deux parties inégales, la limite supérieure du sillage étant plus rapprochée de la droite de pente γ que ne l'est la limite inférieure.

La déflection moyenne α des filets en arrière du profil est pratiquement donnée aussi par la formule empirique : $\alpha = \gamma = m\beta$.

Des diagrammes d'iso-vitesses résument les résultats de nos mesures ; ils peuvent convenir à la résolution de problèmes techniques concernant l'action à distance de l'aile, l'adaptation des hélices et des moulinets suivant leur emplacement, les corrections à apporter aux indicateurs de vitesse placés à bord des avions, etc.

Dans un Chapitre spécial, nous avons vérifié que l'application du théorème des quantités de mouvement à la région troublée permettait de retrouver des sustentations et des résistances à l'avancement du même ordre de grandeur que celles mesurées directement.

Ce résultat représente un bon recoupement de nos propres mesures. De plus, cette étude nous a permis de montrer quelles parts revenaient, sur une surface de contrôle particulière, aux quantités de mouvement et aux pressions statiques du fluide dans l'expression de la sustentation, et quelle part de la résistance à l'avancement était représentée par l'énergie perdue sous forme de chaleur.

Enfin, dans un dernier Chapitre, nous avons exposé pour trois incidences, la détermination théorique des vitesses et des pressions d''après Joukowski. La comparaison des résultats théoriques et des résultats réels montre que si l'on tient compte, comme il paraît indiqué de le faire, de l'existence de l'angle induit de Prandtl, la théorie de Joukowski donne finalement des résultats plus rapprochés de la réalité qu'on aurait été en droit de l'attendre d'une méthode négligeant complètement la viscosité.

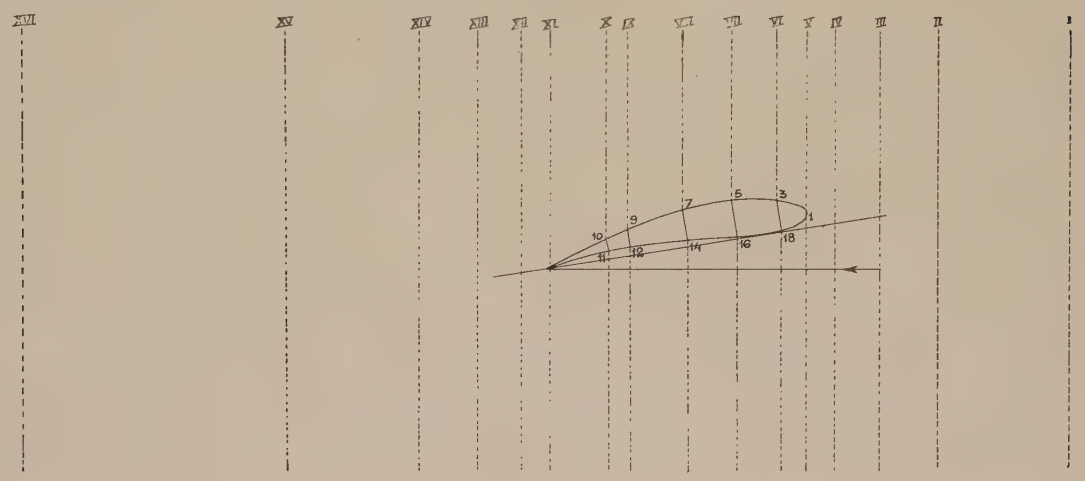
Un autre point intéressant de cette comparaison nous semble être le fait que ce n'est pas uniquement au voisinage *immédiat* de l'aile et dans le sillage de cette dernière qu'il existe un désaccord entre les grandeurs de la vitesse théorique et de la vitesse réelle. Le désaccord subsiste assez loin du profil, au-dessus et au-dessous de ce dernier, et il ne disparaîtrait que par un affaiblissement général du champ cyclique de Joukowski.

A. Lapresle.

ANNEXE

TABLEAUX NUMÉRIQUES

Emplacements relatifs des sections explorées.



NOTE CONCERNANT LES TABLEAUX NUMÉRIQUES DES RÉSULTATS D'OBSERVATION

a) Pour les sections qui passent en avant du bord d'attaque, les ordonnées z de chaque point sont comptées à partir de l'horizontale (parallèle à V_0), passant par le trou n° 1 du bord d'attaque.

b) Pour les sections situées au-dessus de l'aile, les ordonnées z sont comptées à partir du point d'intersection de ces sections avec la face dorsale du profil.

c) Pour les sections situées au-dessous de l'aile, les ordonnées sont comptées à partir du point d'intersection de ces sections avec la face ventrale du profil.

d) Pour les sections situées en arrière du profil, les ordonnées z sont comptées à partir de l'horizontale (parallèle à V_0), passant par le bord de fuite.

Remarque. — Nous n'avons pas, d'une manière générale, donné de tableaux particuliers des pressions relatives $\frac{\Delta p}{H}$ pour les sections où s'appliquait le théorème de Bernoulli, car, dans ce cas, les pressions relatives en chacun des points s'exprime par :

$$\frac{\Delta p}{H} = 1 - \left(\frac{v}{V_0}\right)^2$$

Pour les sections en arrière du bord de fuite, nous avons, au contraire, donné uniformément les tableaux des $\frac{\Delta p}{H}$.

Dans ces cas, les *nombres soulignés dans les tableaux* $\frac{\Delta p}{H}$ *concernent les points pour lesquels le théorème de Bernoulli ne s'applique pas.*

TABLEAU I. — **Section à 18 cm. en avant du bord d'attaque**

I° TABLEAU DES VALEURS DE Y/Y_0

		au dessus de l'horiz^de du trou 1								au dessous de l'horiz^le du trou 1							
	Z c/m	0	5	10	15	20	25	30	35	5	10	15	20	25	30	35	40
	-8°3	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	-6°1	0,985	0,990	0,990	0,990	0,990	0,995	1,00	1,00	0,995	0,990	0,995	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	-4°0	0,990	0,990	0,995	0,995	0,995	1,00	1,00	1,00	0,990	0,990	0,990	0,995	0,995	1,00	1,00	1,00
	-1°9	0,990	0,995	0,995	1,00	1,005	1,00	1,00	1,00	0,985	0,980	0,985	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990
l°	0°2	0,990	1,00	1,00	1,01	1,01	1,01	1,00	1,00	0,985	0,985	0,985	0,990	0,990	0,990	1,00	1,00
	4°5	0,990	1,00	1,01	1,015	1,015	1,015	1,015	1,010	0,980	0,980	0,980	0,980	0,980	0,985	0,990	0,990
	9°0	0,995	1,005	1,010	1,020	1,020	1,020	1,025	1,025	0,970	0,970	0,965	0,965	0,970	0,980	0,980	0,985
	16°5	0,990	1,005	1,015	1,030	1,035	1,030	1,020	1,020	0,975	0,965	0,955	0,96	0,955	0,970	0,975	0,980

II° TABLEAU DES ANGLES α

	-8°3	0°5	1°	1°	0°5	0°	0°	0°	0°	0°	-1°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	-6°1	-1°	-1°	-1°	-1°	0°	0°	0°	0°	0°	-1°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	-4°0	0°5	1°	1°	1°	1°	0°	0°	0°	0°5	0°5	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	-1°9	1°	1°	1°	0°	0°	0°	0°	0°	0°5	0°5	0°	0°	0°	0°	0°	0°
l°	0°2	1°	1°	1°	1°	1°	1°	0°	0°	0°5	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	4°5	2°	2°	1°	1°	0°5	0°5	0°	0°	2°	1°	0°5	0°	0°	0°	0°	0°
	9°0	3°	3°5	3°	2°	2°	1°	0°	0°	3°	2°	1°5	1°	1°	1°	0°5	0°
	16°5	4°	4°5	4°	2°	2°	2°	0°	0°	4°	2°	1°5	1°5	1°	0°5	0°	0°

TABLEAU II. — **Section à 9 cm. en avant du bord d'attaque**

I° TABLEAU DES VALEURS DE v/v_0

		au dessus de l'horiz^le du trou 1								au dessous de l'horiz^le du trou 1								
	z c/m.	0	5	10	15	20	25	30	35	5	10	15	20	25	30	35	40	45
l°	-8°3	.975	.97	.98	99	99	1 00	1.00	1.00	.99	1.00	1.01	1.01	1.015	1.00	1.00	1.00	1.00
	-6°1	.975	.98	.995	1.00	1.00	1.005	1.005	1.01	.985	.995	1.00	1.005	1.00	1.01	1.01	1.01	1 00
	-4°0	.975	.985	1.00	1.00	1.00	1.01	1.01	1.01	.98	.99	99	.995	.995	1.00	1.00	1.00	1.00
	-1°9	.975	.99	1.005	1.015	1.015	1.01	1.01	1 01	.975	98	.98	.985	.99	.995	1.00	1.00	1.00
	0°2	.975	1.00	1 01	1.02	1.02	1.02	1.02	1.015	.97	.975	.975	.98	.985	.99	1.00	1.00	1.00
	4°5	.985	1.015	1.03	1.04	1.035	1.03	1.03	1.02	.96	.955	.96	.97	.975	.98	.99	.99	.99
	9°0	.985	1.025	1.045	1.05	1.045	1.04	1.04	1.035	.95	.945	.945	.955	.965	.97	.975	.985	.985
	16°5	.985	1.04	1.065	1.06	1.05	1.045	1.04	1.04	.935	.925	.93	.94	95	.96	.965	.975	.98

II° TABLEAU DES ANGLES α

	-8°3	0°	1°0	1°0	0°5	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	-6°1	1°	1°5	1°0	1°0	1°0	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	-4°0	2°0	2°0	2°5	2°0	1°0	0°	0°	0°	1°0	0°5	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	-1°9	2°5	3°0	2°0	1°5	1°0	0°5	0°	0°	1°5	0°5	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
l°	0°2	3°0	4°0	3°0	2°0	1°0	0°5	0°	0°	2°0	1°0	1°0	0°5	0°	0°	0°	0°	0°
	4°5	4°5	4°5	3°0	2°0	1°0	0°	0°	0°	3°5	2°0	1°0	0°5	0°	0°	0°	0°	0°
	9°0	6°5	5°5	3°5	2°0	1°5	0°5	0°	0°	4°5	2°5	1°0	0°5	0°	0°	0°	0°	0°
	16°5	7°0	6°0	4°0	1°5	1°0	0°5	0°	0°	6°0	3°5	1°0	0°5	0°	0°	0°	0°	0°

TABLEAU III. — **Section à 5 cm. en avant du bord d'attaque**

I° TABLEAU DES VALEURS DE Y/Y_0

		au dessus de l'horiz^le du trou 1											au dessous de l'horiz^le du trou 1											
	x c/m	0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	10.	15.	20.	25.	30	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	10	15	20	25	30	35	40
	-8°3	.925	.92	.925	"	"	.95	.975	.995	1.00	1.00	1.00	.935	.95	"	"	1.00	1.02	1.01	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00
	-6°1	.93	.93	"	"	"	.99	.99	1.01	1.01	1.01	1.01	.935	.95	"	"	.985	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
	-4°0	.935	"	"	"	"	.985	1.005	1.015	1.015	1.01	1.015	.935	.94	"	"	.97	.99	.99	.99	.995	1.00	1.00	1.00
i°	-1°9	.95	"	"	"	"	1.00	1.015	1.025	1.025	1.02	1.02	.935	.935	"	"	.96	.98	.98	.98	.99	.99	.995	1.00
	0°2	.95	"	"	"	"	1.015	1.03	1.03	1.03	1.02	1.02	.94	.935	"	"	.945	.96	.97	.98	.98	.985	.99	.99
	4°5	.965	.985	1.01	"	"	1.05	1.06	1.055	1.05	1.03	1.03	.945	.93	.92	"	.92	.935	.945	.955	.97	.97	.98	.985
	9°0	.99	1.02	1.04	1.06	"	1.08	1.08	1.075	1.06	1.045	1.035	.96	.93	.905	.89	.87	.90	.92	.94	.95	.96	.97	.975
	16°5	1.00	1.04	1.06	1.08	1.09	1.10	1.10	1.085	1.07	1.05	1.05	.96	.925	.89	.87	.86	.87	.905	.92	.935	.95	.96	.97

II° TABLEAU DES ANGLES α

	-8°3	0°	0°	0°5	"	"	3°0	2°0	0°5	0°	0°	0°	-5°0	-6°0	"	"	-5°0	-2°5	-1°0	0°	0°	0°	0°	0°
	-6°1	0°	1°5	"	"	"	4°0	2°0	0°	0°	0°	0°	-3°0	-5°0	"	"	-3°0	-1°5	-1°5	-1°0	-1°0	0°	0°	0°
	-4°0	3°5	"	"	"	"	4°0	2°0	0°5	0°	0°	0°	0°	-2°5	"	"	-2°0	-1°5	-1°0	-0°5	0°	0°	0°	0°
i°	-1°9	4°5	"	"	"	"	4°0	2°5	0°5	0°	0°5	0°	2°5	0°	"	"	-0°5	-0°5	-1°0	-1°0	-0°5	0°	0°	0°
	0°2	6°5	"	"	"	"	5°0	2°0	0°5	0°	0°	0°	5°0	3°0	"	"	0°	-0°5	-1°0	-1°0	0°	0°	0°	0°
	4°5	11°0	10°0	8°5	"	"	5°0	2°5	1°5	1°0	0°5	0°	10°0	9°0	6°0	"	2°5	1°0	-1°0	-1°0	-1°0	-1°0	-0°5	0°
	9°0	14°0	12°0	10°0	8°5	"	6°0	4°0	1°5	0°	0°	0°	15°0	13°5	11°0	7°5	4°0	1°0	-0°5	-1°0	0°	0°	0°	0°
	16°5	16°0	15°0	12°0	9°0	8°5	7°0	3°0	2°0	1°0	1°0	0°	20°0	19°2	16°5	12°0	8°0	3°5	0°5	0°5	0°	0°	0°	0°

Tableau IV. — **Section à 2 cm. en avant du bord d'attaque**

I° Tableau des Valeurs de γ/γ_0

		Dos de l'aile												Dessous de l'aile															
	x c/m	0	0.5	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	8.0	10.0	15.0	20.0	30.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	8.0	10.0	15.0	20.0	30.0	40.0
	-8°3	.86	.825	.81	.83	.87	.90	.93	.97	.98	1.00	1.00	1.00	.91	.96	1.00	1.03	1.04	1.05	1.055	1.06	1.06	1.06	1.045	1.035	1.02	1.02	1.01	1.00
	-6°1	.855	.825	.825	.86	.905	.94	.96	1.00	1.00	1.015	1.015	1.01	.89	.935	.97	.99	1.00	1.015	1.015	1.02	1.02	1.02	1.02	1.015	1.01	1.01	1.01	1.01
	-4°0	.85	.83	.835	.88	.925	.96	.985	1.01	1.01	1.02	1.01	1.00	.88	.90	.94	.96	.98	.99	1.00	1.00	1.01	1.01	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
i°	-1°9	.845	.84	.86	.91	.96	.99	1.01	1.03	1.03	1.03	1.025	1.015	.86	.89	.91	.93	.946	.96	.965	.97	.975	.98	.985	.985	.985	.995	1.00	1.00
	0°2	.845	.85	.88	.945	.99	1.02	1.035	1.06	1.05	1.05	1.03	1.02	.845	.865	.885	.90	.91	.92	.93	.94	.945	.95	.96	.97	.975	.98	.99	1.00
	4°5	.85	.89	.93	1.01	1.05	1.08	1.09	1.10	1.08	1.07	1.05	1.02	.83	.83	.835	.845	.855	.87	.88	.885	.895	.905	.92	.935	.95	.965	.98	.99
	9°0	.88	.935	.99	1.08	1.12	1.14	1.145	1.13	1.11	1.085	1.065	1.04	.825	.80	.80	.80	.81	.82	.83	.835	.84	.85	.88	.90	.925	.94	.965	.97
	16°5	.905	.985	1.05	1.16	1.19	1.20	1.195	1.16	1.14	1.105	1.08	1.045	.84	.80	.76	.75	.74	.75	.76	.77	.78	.79	.83	.85	.87	.925	.96	.98

II° Tableau des Angles α

	-8°3	-14°	-9°	-4°	2°5	4°0	5°0	4°0	3°5	3°	1°5	1°	0°	-14°	-12°5	-10°5	-9°	-8°	-6°5	-5°5	-3°5	-3°	-2°5	-1°5	-0°5	0°	0°	0°	0°
	-6°1	-12°	-6°	-0°5	3°5	4°	5°	3°5	2°	1°	-0°5	0°	0°	-14°	-13°5	-11°	-10°	-8°5	-7°	-6°	-5°	-4°	-3°5	-2°5	-2°	-1°5	-1°	0°	0°
	-4°0	-7°	-1°5	3°	6°5	5°5	5°5	4°5	2°5	1°5	0°	0°	0°	-10°5	-9°	-9°	-8°	-7°	-6°	-4°	-3°5	-2°	-2°	-1°5	-1°5	-0°5	-0°5	0°	0°
i°	-1°9	0°	3°5	7°5	10°5	10°	8°	6°5	4°	2°5	2°	1°	0°	-4°5	-3°5	-4°5	-3°5	-2°	-1°5	-1°5	-1°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	0°2	-0°5	4°	9°	10°5	9°5	7°	6°	2°5	2°	0°	0°	0°	-2°5	-4°	-4°5	-3°5	-3°	-2°	-2°	-2°	-1°	-0°5	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	4°5	16°	19°	19°	17°	12°5	10°	6°5	4°	2°5	1°	1°	0°	8°	4°	2°5	1°5	1°	1°	1°	0°5	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	9°0	29°	30°	27°5	21°	15°	12°5	8°5	5°	3°5	1°5	0°	0°	20°	16°5	10°	8°	6°	4°	3°5	3°	2°5	2°	1°	0°5	0°	0°	0°	0°
	16°5	16°5	37°	34°	31°	23°5	16°	14°	9°	5°5	3°	1°	0°	36°	27°5	20°	16°	12°	10°	6°	5°	4°	3°	0°	0°	0°	0°	0°	0°

Tableau V. — Section à l'aplomb du bord d'attaque

I° Tableau des valeurs de Y/Y_0

		Dos de l'aile													Dessous de l'aile										
	z/c/m	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	35,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	12,0	20,0	30,0
	-8°3	0,47	0,64	0,74	0,81	0,855	0,89	0,93	0,955	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,31	1,23	1,20	1,16	1,14	1,12	1,10	1,075	1,04	1,02	1,02
	-6°1	.59	.73	.805	.88	.92	.94	.98	.99	1,02	1,02	1,015	1,01	1,01	1,16	1,14	1,12	1,10	1,09	1,08	1,07	1,05	1,03	1,015	1,01
	-4°0	.66	82	.875	.92	95	.98	1,01	1,025	1,04	1,03	1,025	1,02	1,01	1,00	1,025	1,025	1,025	1,025	1,025	1,02	1,015	1,01	1,00	1,00
l°	-1°9	.765	.875	95	.985	1,01	1,03	1,05	1,06	1,06	1,045	1,03	1,02	1,015	0,86	.92	.94	.96	.97	.975	.98	985	.99	.995	1,00
	0°2	.97	1.035	1,06	1.07	1,085	1,09	1.09	1,09	1,08	1p6	1,04	1,03	1,015	.75	.84	88	.90	92	.93	.945	.965	.975	.985	1,00
	4°5	1,31	1.265	1,235	1,22	1,20	1,21	1,185	1,17	1,12	1,08	1,06	1,045	1,03	"	.70	.755	.80	.83	.85	.875	91	.94	.96	.98
	9°0	1,615	1,500	1,44	1,355	1,35	1,31	1,27	1,24	1,15	1,10	1,075	1,06	1,04	"	.60	.67	.71	.74	.77	.805	835	.90	.94	.965
	16°5	"	1,57	1,50	1,435	1,395	1,36	1,30	1,26	1,16	1,115	1,085	1,05	1,04	"	"	.555	.62	.66	.685	.74	785	.87	.94	.96

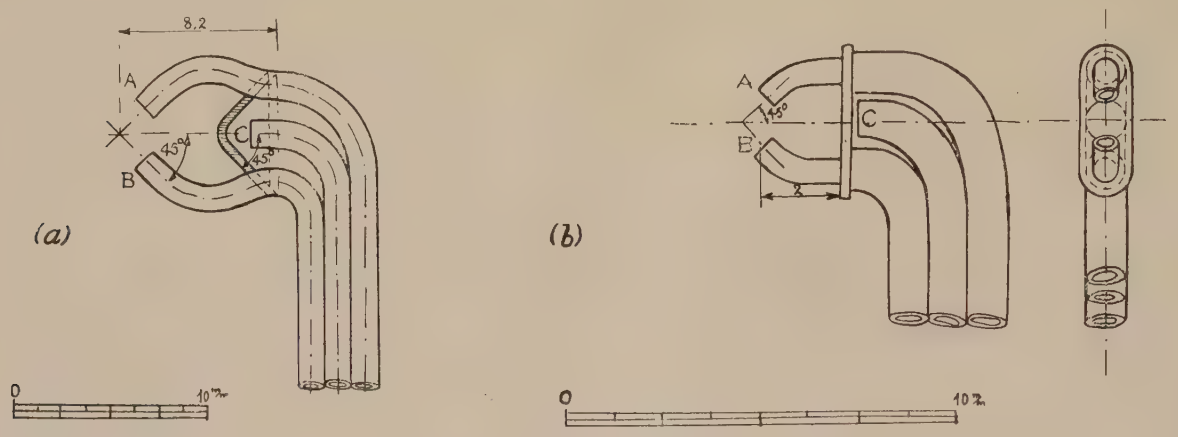
II° Tableau des angles α

	-8°3	33°?	24°?	20°	17°5	15°5	13°	10°	8°	3°	1°	0°	0°	0°	-6°5	-6°	-5°	-4°	-3°5	-3°	-2°	-1°5	-1°	-1°	0°
	-6°1	31°?	23°?	20°	17°	14°5	12°	9°5	7°	3°	1°	0°	0°	0°	-8°	-6°5	-6°	-4°	-4°	-3°	-2°5	-2°	-1°5	-1°	0°
	-4°0	26°?	21°5	19°	16°	14°	12°	9°	7°	2°5	1°	0°	0°	0°	-8°5	-7°	-6°	-5°	-4°	-3°	-3°	-1°	-0°5	0°	0°
	-1°9	23°?	21°	18°	15,5	13°	12°	8°5	6°5	2°	1°	0°	0°	0°	-9°5	-7°	-6°	-4°5	-3°	-3°	-2°5	-1°5	-1°	-0°5	0°
l°	0°2	24°	19°5	18°	16°	13°	11°5	9°	7°	2°	1°	0°	0°	0°	-11°	-8°5	-7°	-5°5	-4°	-3°	-3°	-1°	-1°	-0°5	0°
	4°5	23°	14°5	14°5	14°	11°5	10°5	7°5	5°	1°5	0°	-0°5	0°	0°	?	-13°	-9°	-6°5	-5°	-4°	-3°	-2°	-2°	-1°	-1°
	9°0	20°?	15°?	8°6	10°	8°5	6°5	5°5	4°5	0°	0°	0°	0°	0°	?	-15°	-10°	-7°	-4°5	-3°	-1°5	-1°	-1°	-1°	-1°
	16°5	?	8°	7°5	8°	8°	7°	7°	5°5	2°	1°	0°	0°	0°	?	?	-12°	-9°5	-5°	-3°5	-3°	-2°	-2°	-2°	-2°

V. — Expériences de MM. Bryant et Williams[1].

MM. Bryant et Williams ont exploré le champ autour de la portion centrale d'une aile à profil plan-convexe, d'une épaisseur relative maximum de l'ordre de 20 %, enserrée entre les parois supérieure et inférieure d'un tunnel fermé de section rectangulaire. L'envergure du modèle (égale ici à la hauteur de la veine) était de 2 m. 15; sa profondeur de 0 m. 456. L'aile a été exposée à une seule incidence (10°) de la face ventrale correspondant à C_z = 1,60. La vitesse d'essai a été maintenue égale à 15 m./sec.

Pour l'exploration du champ, MM. Bryant et Williams ont utilisé concurremment deux sondes de types différents et de très petites dimensions, *qui leur ont donné des résultats concordants*. Une de ces sondes était basée sur les propriétés de trois fils chauds, différemment orientés, et refroidis par le courant d'air de vitesse v au point où ils étaient placés. L'emploi de trois fils permet de connaître la vitesse du courant et sa direction. Ce procédé a l'avantage d'éliminer toute cause d'erreur possible provenant d'une fausse évaluation de la pression statique du fluide.



(Fig. 57) SONDES AÉRODYNAMIQUES DE BRYANT ET WILLIAMS

L'autre sonde, dont nous reproduisons deux modèles (*fig.* 57), était basée sur une propriétés des tubes de Pitot, différente de celle que nous avons utilisée. Les ouvertures A, B, C de trois tubes de Pitot étant dans un même plan, on mesure des différences manométriques (A-B) et (A-C) transmises par ces tubes lorsque la sonde (qui est déplacée toujours parallèlement à elle-même et non orientée dans le courant) se trouve exposée à un vent de vitesse v et d'inclinaison α inconnues.

En effet, en tarant l'instrument, on constate que ces différences sont toujours proportionnelles au carré de la vitesse et que, par conséquent le rapport $\frac{(A - B)}{(A - C)}$ est une fonction de la direction seulement.

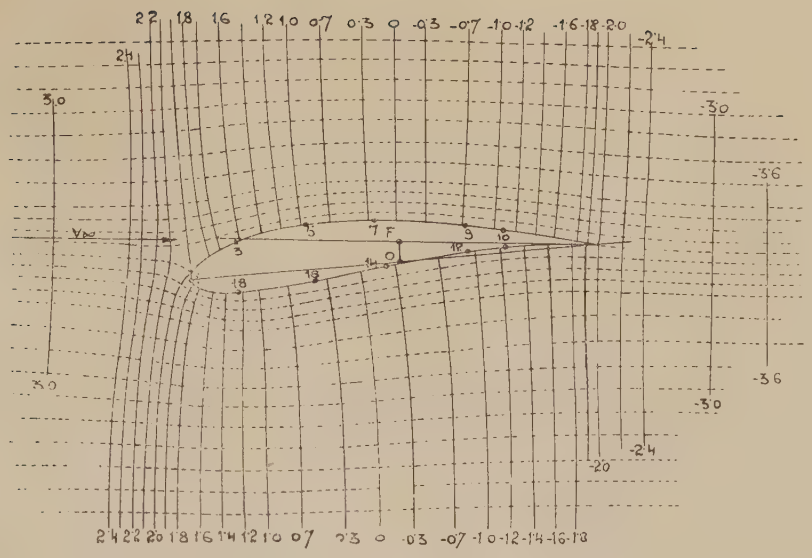
Une étude préalable du rapport $\frac{(A - B)}{(A - C)}$ en fonction de l'angle relatif d'un vent de direction connue et de l'appareil est donc suffisante pour déterminer ensuite la direction quand on transportera la sonde dans un vent de direction inconnue. Une autre courbe de (A - C) en fonction de l'angle, pour une vitesse standard donnée, permettra alors de connaître la grandeur de la vitesse.

Cette méthode suppose évidemment que dans les applications, il règnera la même pression statique aux trois ouvertures A, B, C (ce qui est pratiquement réalisé étant donné la faible dimension des sondes, que l'on remarquera sur la *figure* 57 par comparaison avec les échelles jointes).

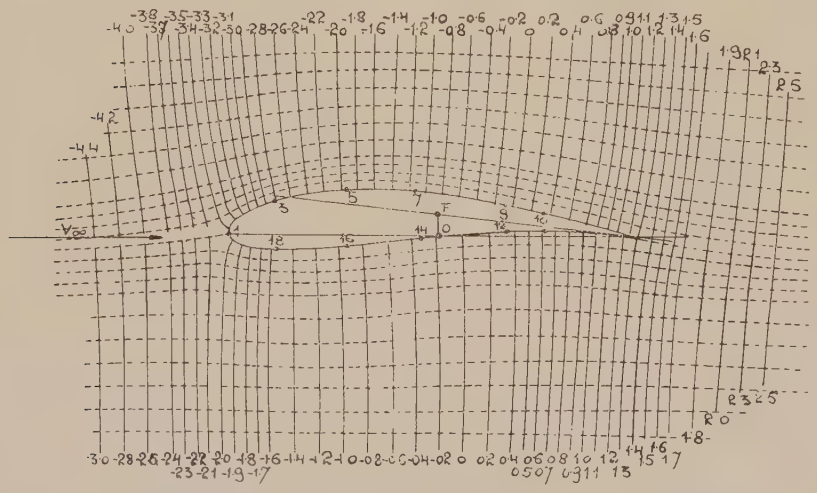
MM. Bryant et Williams n'ont pas contrôlé, comme nous l'avons fait, l'inter-action possible de la sonde et du profil, mais ils ont tenu compte indirectement du phénomène que cette inter-action produit en limitant leurs mesures, au voisinage de la surface, aux régions où la vitesse expérimentale concordait avec celle que l'on pouvait déduire (par l'application du théorème de Bernoulli) de la connaissance des pressions locales sur le profil lui-même.

---

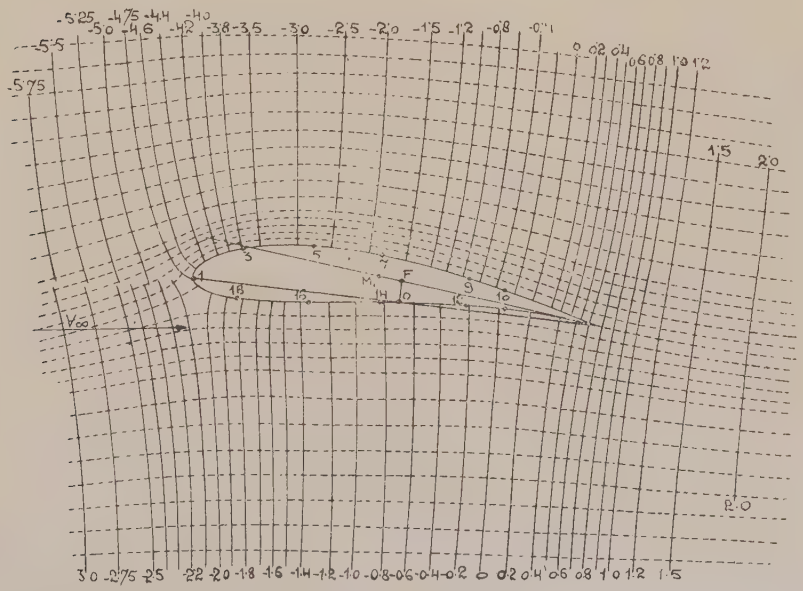
(1) Voir Note p. 48.



(Fig. 71) COURBES ISO-POTENTIELLES ET LIGNES DE COURANT THÉORIQUES AUTOUR D'UN PROFIL JOUKOWSKI POUR $\beta = 0^0$



(Fig. 72) COURBES ISO-POTENTIELLES ET LIGNES DE COURANT THÉORIQUES AUTOUR D'UN PROFIL JOUKOWSKI POUR $\beta = 6^0 4$



(Fig. 73) COURBES ISO-POTENTIELLES ET LIGNES DE COURANT THÉORIQUES AUTOUR D'UN PROFIL JOUKOWSKI POUR $\beta = 12^0 7$

Tableau VIII. — **Section à l'aplomb des trous N°s 7 et 14**

I° Tableau des Valeurs de z/r_0

		Dos de l'aile - aplomb du trou N° 7												Dessous de l'aile - aplomb du trou N° 14									
	z c/m	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0	10	15	20	30	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	12	20	30
	-8°3	Interactions notables	1,18	1,16	1,145	1,13	1,12	1,10	1,08	1,03	1,015	1,01	1,00	Interactions notables	1,04	1,045	1,05	1,045	1,05	1,04	1,02	1,015	1,01
	-6°1		1,21	1,19	1,17	1,16	1,14	1,12	1,10	1,045	1,02	1,02	1,01		1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	-4°0		1,24	1,22	1,205	1,19	1,17	1,15	1,13	1,065	1,04	1,025	1,01		.995	.995	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
i°	-1°9		1,27	1,25	1,235	1,21	1,20	1,17	1,15	1,08	1,05	1,03	1,02		.96	.96	.965	.965	.965	.965	.97	.98	.985
	0°2		1,29	1,28	1,26	1,25	1,225	1,20	1,175	1,095	1,065	1,045	1,02		.94	.945	.945	.945	.945	.95	.96	.975	.985
	4°5		1,35	1,33	1,30	1,295	1,29	1,25	1,22	1,13	1,085	1,06	1,03		.905	.905	.91	.91	.92	.92	.94	.965	.985
	9°0		1,38	1,37	1,36	1,34	1,32	1,29	1,26	1,17	1,10	1,08	1,04		.85	.855	.86	.86	.865	.87	.92	.95	.98
	16°5		1,26	1,27	1,275	1,285	1,28	1,27	1,25	1,175	1,12	1,09	1,055		.82	.83	.83	.835	.84	.855	.92	.945	.97

II° Tableau des Angles α

	-8°3	Interactions notables	1°0	2°0	2°0	2°0	1°5	2°0	1°0	2°0	2°0	1°5	1°0	Interactions notables	9°0	9°0	9°0	7°5	6°5	4°5	2°0	2°0	1°0
	-6°1		0°	1°0	1°0	1°0	1°0	1°0	0°	0°	0°	0°	0°		6°0	5°0	4°0	4°5	3°5	2°0	1°0	0°	0°
	-4°0		-6°0	-6°0	-5°0	-5°0	-5°0	-4°5	-4°0	-2°5	-2°5	-1°5	-1°0		3°0	2°5	2°0	1°0	0°	0°	0°	0°	0°
i°	-1°9		-6°0	-5°5	-5°5	-4°0	-3°5	-3°5	-3°5	-2°5	-2°5	-1°0	0°		3°5	2°5	2°5	1°5	1°5	1°0	0°5	0°	0°
	0°2		-7°0	-6°5	-6°5	-5°5	-5°0	-5°0	-3°5	-3°5	-2°0	-1°0	0°		1°0	0°5	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	4°5		-8°5	-9°0	-9°0	-8°0	-8°0	-6°5	-5°5	-1°5	-1°0	0°	0°		-3°0	-3°0	-3°0	-3°0	-3°0	-3°0	-2°5	-2°0	-0°5
	9°0		-12°5	-12°0	-11°0	-10°0	-8°5	-7°5	-5°5	-3°0	-1°0	-1°0	-0°5		-6°0	-6°0	-6°0	-6°0	-6°0	-5°5	-3°5	-2°0	-0°5
	16°5		-8°0	-8°0	-7°5	-6°5	-6°0	-4°0	-4°0	-1°5	-1°0	0°	0°		-11°0	-11°0	-10°0	-10°0	-9°0	-8°0	-6°0	-4°0	-2°0

Tableau IX. — Section à l'aplomb des trous Nos 9 et 12

I° Tableau des Valeurs de y/y_0

		Dos de l'aile - aplomb du trou N° 9 -										Dessous de l'aile - aplomb du trou N° 12 -											
	z c/m	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10	15	20	30	.2	.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	6.0	12.0	20.	30
	-8°3	Interactions notables	1.11	1.11	1.10	1.085	1.07	1.03	1.02	1.01	1.01	Interactions notables	Interactions notables	"	.95	.96	.97	975	985	995	1.00	1.00	1.00
	-6°1		1.125	1.115	1.10	1.09	1.08	1.04	1.025	1.025	1.02			.92	.94	.95	.955	.96	.97	.98	1.00	1.00	1.00
	-4°0		1.135	1.135	1.25	1.10	1.095	1.55	1.03	1.02	1.01			.92	.925	.93	935	.94	.95	.96	.98	.99	.995
v°	-1°9		1.16	1.15	1.15	1.13	1.15	1.07	1.05	1.03	1.015			.905	.91	.92	.92	.92	.93	.945	.96	.98	.99
	0°2		1.18	1.17	1.165	1.145	1.1 4	1.095	1.06	1.03	1.02			.895	.90	.905	.91	.92	.925	.94	.96	.98	.995
	4°5		1.20	1.19	1.185	1.18	1.16	1.10	1.085	1.06	1.035			.87	.875	.875	.885	.885	.895	.91	.935	.955	.975
	9°0		1.205	1.20	1.20	1.19	1.18	1.14	1.105	1.07	1.04			.835	.84	.85	.855	.86	.865	.905	.93	.94	.965
	16°5		1.18	1.23	1.24	"	1.22	1.17	1.13	1.09	1.06			.84	.85	.86	.865	.865	.875	.89	.925	.945	.965

II° Tableau des Angles α

	-8°3	Interactions notables	-4°5	-3°5	-3°0	-3°0	-2°5	-0°5	0°	0°	0°	Interactions notables	Interactions notables	"	5°0	5°0	4°0	4°0	3°5	2°0	1°5	0°	0°
	-6°1		-6°0	-5°0	-5°0	-3°5	-3°5	-1°0	-1°0	-1°0	0°			3°0	3°0	2°0	2°5	2°0	1°5	1°0	1°0	-0°5	-0°5
	-4°0		-6°5	-6°5	-6°0	-5°0	-5°0	-3°0	-1°0	0°	0°			2°0	2°0	1°0	2°0	1°0	0°5	0°	0°	0°	0°
v°	-1°9		-9°0	-7°0	-7°0	-7°0	-5°0	-2°0	-1°0	0°	0°			-1°0	-1°5	-1°0	-1°5	-1°5	-1°5	-2°0	-1°5	0°	0°
	0°2		-12°5	-11°5	-11°0	-9°0	-8°0	-4°5	-3°5	-2°0	-0°5			0°	0°	-1°0	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	4°5		-14°5	-12°5	-12°5	-11°0	-9°5	-5°5	-3°5	-3°5	-1°0			-5°5	-6°5	-6°0	-6°0	-6°0	-6°0	-5°0	-4°5	-4°0	-2°5
	9°0		-15°5	-14°0	-12°5	-11°5	-10°0	-6°0	-3°0	-2°0	-1°0			-10°0	-9°0	-9°0	-8°5	-9°5	-8°0	-7°0	-5°0	-4°5	-3°5
	16°5		-18°0	-11°5	-10°5	-8°0	-8°0	-5°5	-4°0	-3°5	-1°5			-17°0	-16°0	-16°0	-15°0	-14°5	-12°5	-11°5	-7°0	-5°0	-4°0

Tableau X. — Section à l'aplomb des trous Nos 10 et 11

I° Tableau des valeurs de Y/Y_0

		Dos de l'aile - aplomb du trou N° 10 -												Dessous de l'aile - aplomb du trou N° 11 -										
x	c/m	.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10	15	20	30	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10	15	20	30
	8°3	Interactions notables	1.10	1.09	1.09	1.07	1.06	1.055	1.055	1.03	1.02	1.01	1.01	.91	.92	.93	.94	.945	.96	.975	1.00	1.00	1.00	1.00
	6°1		1.12	1.11	1.10	1.085	1.08	1.07	1.07	1.04	1.03	1.02	1.00	.91	.92	.925	.93	.94	.95	.96	.985	.99	.995	1.00
	4°0		Interactions notables	Interactions notables	1.10	1.10	1.10	1.09	1.08	1.06	1.04	1.03	1.02	.895	.905	.915	.92	.925	.935	.945	.97	.98	.985	.99
l°	1°9				1.11	1.11	1.11	1.105	1.10	1.075	1.05	1.04	1.025	.89	.895	.905	.905	.91	.925	.935	"	.97	.98	.985
	0°2				1.125	1.12	1.12	1.12	1.11	1.09	1.06	1.045	1.03	.87	.88	.89	.895	.905	.915	.92	.945	.96	.97	.98
	4°5				1.14	1.14	1.14	1.14	1.135	1.11	1.08	1.06	1.04	.85	.86	.87	.875	.88	.89	.90	"	.945	.955	.97
	9°0				1.15	1.155	1.15	1.155	1.155	1.135	1.10	1.075	1.045	.835	.845	.855	.865	.87	.88	.885	.915	.935	.945	.97
	16°5				"	"	1.19	1.22	1.205	1.165	1.135	1.095	1.06	.87	.88	.90	.905	.91	.92	.92	.935	.94	.95	.965

II° Tableau des angles α

	-8°3	-4°5	-3°0	-3°0	-2°5	-2°0	-1°5	-0°5	0°	0°	0°	0°	0°	2°0	2°0	2°0	2°0	1°5	1°5	1°0	0°	0°	0°	0°
	-6°1	-7°0	-5°5	-5°0	-4°0	-2°5	-2°0	-2°0	-1°5	0°	0°	0°	0°	1°5	1°5	0°	0°	-1°0	0°	-1°0	-1°5	-2°0	-1°5	-1°5
	-4°0	-9°0	-8°0	-7°0	-6°5	-5°0	-5°0	-4°0	-3°0	-1°0	0°	0°	0°	-3°0	-3°5	-3°0	-2°5	-3°0	-3°0	-3°0	-2°0	-3°0	-3°0	-3°0
l°	-1°9	-12°0	-11°0	-9°0	-8°5	-7°5	-7°0	-5°5	-4°0	-2°0	-1°0	0°	0°	-5°0	-4°5	-4°5	-5°0	-4°0	-4°0	-4°0	"	-3°5	-3°5	-3°0
	0°2	-13°0	-11°0	-10°0	-10°0	-8°0	-8°0	-7°0	-7°5	-2°0	-1°0	-1°0	0°	-2°0	-2°0	-2°0	-2°5	-2°0	-2°0	-2°0	0°	0°	0°	0°
	4°5	-17°0	-15°5	-14°0	-12°0	-12°0	-11°0	-10°0	-9°0	-4°0	-2°0	-1°0	0°	-11°5	-11°0	-10°0	-10°0	-10°0	-8°5	-8°5	"	-6°5	-6°0	-5°0
	9°0	-21°0	-19°0	-18°0	-17°0	-16°0	-14°0	-12°5	-11°5	-6°5	-4°0	-2°0	0°	-14°5	-14°0	-13°5	-13°0	-12°0	-11°5	-10°0	-8°0	-6°5	-6°0	-4°0
	16°5	"	"	"	"	"	-9°5	-8°5	-8°5	-4°5	-3°0	-2°5	0°	-21°0	-20°0	-18°5	-18°0	-17°0	-14°5	-12°0	-9°0	-8°0	-6°5	-4°0

Tableau XI. — Section à l'aplomb du bord de sortie

I° Tableau des valeurs de y/y_0

	z c/m	Dos de l'aile 0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10	15	20	30	Dessous de l'aile 0.2	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	5.0	10	15	20	30
	-8°3	.94	.96	.97	.98	.99	1.00	1.00	1.01	1.015	1.01	1.005	1.00	.70	.835	.91	.93	.935	.945	.95	.96	.965	.99	1.00	1.00	1.00
	-6°1	.95	.97	.98	.99	.995	1.00	1.01	1.02	1.025	1.02	1.01	1.00	.72	.87	.925	.925	.93	.94	.94	.95	.96	.98	.99	.995	1.00
	-4°0	.93	.965	.98	.99	1.00	1.00	1.015	1.02	1.035	1.025	1.02	1.01	.795	.87	.92	.925	.93	.935	.94	.945	.955	.975	.985	.99	1.00
i°	-1°9	.90	.965	.98	.99	1.00	1.01	1.02	1.025	1.04	1.035	1.025	1.015	.86	.91	.92	.925	.925	.925	.93	.935	.945	.96	.97	.985	.99
	0°2	.93	.96	.98	.995	1.00	1.01	1.02	1.03	1.05	1.045	1.03	1.02	.895	.91	.92	.92	.92	.925	.925	.93	.94	.955	.965	.975	.99
	4°5	.685	.96	.99	1.00	1.015	1.02	1.04	1.045	1.065	1.065	1.05	1.03	.91	.92	.92	.92	.92	.92	.925	.925	.93	.945	.96	.97	.985
	9°0	.37	.81	.99	1.01	1.02	1.03	1.05	1.06	1.08	1.08	1.065	1.04	.945	.935	.93	.92	.92	.92	.92	.92	.92	.93	.945	.955	.97
	16°5	"	"	"	"	"	"	"	1.10	1.14	1.11	1.09	1.05	1.11	1.09	1.07	1.05	1.025	1.02	1.01	.985	.975	.955	.955	.955	.965

II° Tableau des angles α

	-8°3	2°0	-2°0	-1°5	-1°5	-1°5	-1°5	-1°0	-0°5	0°	0°	0°	0°	-3°5	-2°0	-1°0	-1°0	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	-6°1	-0°5	0°	-1°5	-2°0	-2°5	-2°5	-2°0	-1°0	-0°5	0°5	0°5	0°	-5°0	-4°0	-3°0	-3°0	-2°5	-2°5	-2°0	-2°0	-2°0	-2°0	-2°0	-1°0	0°
	-4°0	3°5	3°5	-4°5	-4°5	-5°0	-5°0	-5°0	-4°0	-1°5	-1°0	0°	0°	-7°5	-6°0	-5°0	-5°0	-4°5	-4°5	-4°0	-4°0	-3°0	-2°0	-2°0	-2°0	-1°0
i°	-1°9	-4°0	-4°0	-4°5	-5°0	-6°5	-6°0	-6°0	-5°0	-3°0	-2°0	0°	0°	-9°0	-8°0	-7°0	-6°5	-6°0	-6°0	-5°0	-5°0	-4°5	-3°5	-3°0	-2°0	0°
	0°2	-5°0	-5°0	-6°0	-6°0	-6°0	-6°0	-6°5	-5°5	-3°5	-2°0	-1°0	0°5	-9°5	-9°0	-8°5	-8°5	-8°0	-7°0	-7°0	-7°0	-5°5	-5°0	-4°0	-3°5	-1°0
	4°5	-8°5	-8°5	-9°5	-10°5	-10°5	-10°5	-9°0	-8°5	-5°5	-4°0	-2°0	-0°5	-11°0	-10°5	-10°0	-9°5	-9°5	-9°5	-9°5	-9°0	-8°0	-5°5	-4°0	-3°0	-1°0
	9°0	-13°0	-13°0	-13°0	-12°5	-12°0	-12°0	-11°5	-11°0	-7°5	-5°0	-3°5	-1°5	-12°0	-12°0	-11°5	-11°0	-11°0	-10°5	-10°0	-9°0	-10°0	-7°0	-5°0	-4°0	-3°0
	16°5	"	"	"	"	"	"	"	-13°5	-8°0	-7°0	-5°5	-4°0	-14°0	-13°5	-13°0	-12°5	-12°5	-12°0	-11°0	-11°0	-11°0	-9°0	-8°0	-7°0	-6°0

Tableau XII. — Section à 2 cm. en arrière du bord de sortie

I° Tableau des valeurs de V/V_0

	Dos de l'aile														Dessous de l'aile											
z c/m	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.5	2.0	3.0	5.0	10	20	36	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.5	2.0	3.0	5.0	10	20	30
i° -8°3	.76	"	"	.955	"	"	.96	.96	.97	.98	.995	.99	1.00	1.00	"	"	.935	"	"	.95	"	.95	.96	.97	.99	1.00	1.00
-6°1	.70	.86	"	.945	"	"	.955	.965	.97	.985	1.00	1.015	1.01	1.00	"	"	.845	"	"	.935	"	.95	.96	.96	.98	.995	1.00
-4°0	.90	.95	"	.955	"	"	.965	.97	.975	"	1.01	1.025	1.02	1.01	"	"	.89	"	"	.945	"	.95	.95	.96	.965	.985	.995
-1°9	.785	.905	"	.945	"	"	.955	.965	.975	.985	1.005	1.03	1.03	1.01	"	"	.92	"	"	.95	"	.95	.95	.955	.965	.98	.99
0°2	.72	.855	"	.945	"	"	.96	.97	.98	.99	1.05	1.04	1.03	1.015	"	"	.925	"	"	.945	.945	.945	.945	.955	.955	.975	.99
4°5	.69	.73	"	.91	"	"	.955	.955	.975	.995	1.025	1.05	1.045	1.02	"	"	.91	"	.945	.945	.945	.94	.94	.94	.945	.97	.98
9°0	.61	.45	"	.615	"	"	.925	.97	.985	1.005	1.035	1.065	1.06	1.03	.93	.94	"	"	.945	.945	.945	.94	"	.935	.94	.96	.97
16°5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1.14	1.08	1.04	1.17	1.15	"	1.13	1.13	1.115	1.08	1.065	1.055	1.035	1.00	.965	.975

II° Tableau des angles α

i° -8°3	-1°5	"	"	1°5	"	"	0°5	-0°5	-0°5	-0°5	0°	0°	0°	0°	"	"	-3°0	"	"	-3°0	"	-2°5	-2°5	-2°0	-1°0	-0°5	0°
-6°1	-1°5	-1°5	"	-1°0	"	"	-1°5	-2°5	-2°5	-2°5	-2°0	0°	0°	0°	"	"	-3°5	"	"	-3°5	"	-3°0	-3°0	-2°5	-1°0	-0°5	-0°5
-4°0	-4°0	-4°0	"	-4°0	"	"	-5°0	-5°0	-5°0	"	-3°5	-2°0	0°	0°	"	"	-5°0	"	"	-5°0	"	-4°5	-4°0	-3°0	-2°5	-2°0	-1°0
-1°9	-5°5	-5°0	"	-6°0	"	"	-5°5	-6°0	-6°0	-6°5	-6°0	-4°0	-1°0	-1°0	"	"	-6°5	"	"	-5°0	"	-3°5	3°5	-3°0	-2°5	-1°0	0°
0°2	-7°0	-8°0	"	-7°0	"	"	-7°0	-6°0	-8°0	-8°0	-7°5	-5°0	-3°0	-1°0	"	"	-8°5	"	"	-8°0	-8°0	-8°0	-8°0	-6°0	-5°5	-3°5	-3°0
4°5	-11°0	-9°5	"	-9°5	"	"	-10°0	-10°0	-10°0	-9°5	-8°5	-7°5	-4°0	-2°0	"	"	-11°0	"	-10°5	-10°5	-10°5	-10°5	-10°0	-9°0	-7°0	-5°0	-3°5
9°0	-12°5	-15°5	"	-17°0	"	"	-16°0	-16°0	-15°5	-15°0	-14°5	-12°5	-9°0	-6°0	-13°0	-13°5	"	"	-13°0	-13°0	-13°0	-12°0	"	-11°0	-9°0	-5°0	-6°0
16°5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-6°5	-0°5	0°5	-17°0	-17°0	"	-13	-8°0	-8°0	-8°0	-8°5	-8°5	-8°5	-8°0	-7°0	-6°5

III° Pression relative $\frac{\Delta p}{H}$

i° -8°3	.105	"	"	.090	"	"	.08	.08	.06	.04	.01	.02	0.00	0.00	"	"	.02	"	"	0.10	"	.10	.08	.06	.02	0.00	0.00
-6°1	.09	.10	"	.011	"	"	.09	.07	.06	.03	0.00	-0.03	-0.02	0.00	"	"	.10	"	"	.10	"	.10	.09	.08	.04	.01	0.00
-4°0	.105	.10	"	.09	"	"	.075	.055	.045	"	-0.02	-0.05	-0.04	-0.02	"	"	.10	"	"	.11	"	.10	.10	.08	.065	.03	.01
-1°9	.115	.115	"	.11	"	"	.08	.07	.05	.03	-0.01	-0.02	-0.04	-0.02	"	"	.06	"	"	.10	"	.10	.10	.09	.07	.04	.02
0°2	.10	.10	"	.10	"	"	.08	.06	.04	.02	-0.03	-0.08	-0.06	-0.03	"	"	.10	"	"	.10	.10	.10	.10	.09	.09	.05	.02
4°5	.10	.10	"	.11	"	"	.09	.07	.045	-0.01	-0.05	-0.09	-0.09	-0.04	"	"	.02	"	.10	.10	.12	.12	.12	.12	.10	.06	.04
9°0	.095	.07	"	.09	"	"	.07	.06	.03	0.00	-0.07	-0,14	-0,13	-0.06	.14	.12	"	"	.11	.11	.11	.12	"	.13	.12	.08	.06
16°5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-0.30	-0.16	-0.08	.38	.32	"	.28	.28	.24	.18	.12	-0.11	-0.07	0.00	.09	.05

Tableau XIII. — Section à 5 cm. en arrière du bord de sortie

I° Tableau des valeurs de v/v_0

		au dessus de l'horiz^le du Bord de Sortie														au dessous de l'horiz^le du Bord de Sortie														
	z c/m	0	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,5	2,0	3	5	10	20	35	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,5	1,8	2,0	3	5	10	20	30	40
	-8°3	0,93	.915	.97	"	.985	.99	.99	"	.99	.99	.99	1,00	1,00	1,00	.77	.78	.835	.90	.945	"	"	"	"	.985	.995	1,00	1,01	1,00	"
	-6°1	.85	.93	.97	"	.98	.985	.99	"	.99	"	1,00	1,00	1,00	1,00	.79	.785	.85	.91	.96	"	"	"	"	.97	.99	1,00	1,00	1,01	1,01
	-4°0	.91	.98	.985	"	.985	.975	.975	"	.975	"	.975	1,01	1,01	1,005	.825	.775	.822	.882	.958	"	"	"	"	.965	.98	.995	1,00	1,01	1,01
l°	-1°9	.905	.92	"	.98	"	"	.96	"	.97	"	1,01	1,015	1,015	1,005	.835	.785	.806	.90	.94	"	0,98	"	.985	.98	.99	.99	1,00	1,005	1,01
	0°2	.89	.94	"	.96	"	"	.97	97	.98	.985	1,00	1,025	1,02	1,01	.86	.785	.775	.845	.925	"	.975	"	.985	.98	.99	.99	.995	1,005	1,01
	4°5	.925	.955	"	.96	"	"	.97	.975	.98	.99	1,005	1,035	1,035	1,02	.86	.745	.70	.78	.89	.955	.98	"	.98	.97	.98	.99	.99	.995	1,00
	9°0	.78	.93	"	.96	"	"	.965	.975	.98	.99	1,01	1,04	1,04	1,025	.72	.66	.66	.705	.86	.93	.95	"	.955	.97	.98	.985	.99	.995	1,00
	16°5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1,07	1,055	1,03	"	"	"	"	"	1,025	1,065	1,07	1,07	1,045	1,01	.99	.99	.995	1,00

II° Tableau des angles α

	-8°3	-1°	-1°	-1°	"	-0°,5	-1°	-0°,5	"	-0°,5	-0°,5	-0°,5	0°,5	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	"	"	"	"	0°	0°	0°	0°	0°	"
	-6°1	-1°,5	-1°	-1°	"	-1°	-1°	-1°	"	-1°	"	-1°	-1°	0°	0°	-1°	-0°,5	-0°5	0°	0°	"	"	"	"	0°	0°	0°	0°	0°	0°
	-4°0	-3°	-3°	-3°	"	-3°	-3°,5	-3°	"	-2°,5	"	-2°,5	-2°,0	-1°,5	0°	-3°5	-3°	-3°	-3°	-3°	"	"	"	-2°5	-1°5	-1°	0°	0°	0°
l°	-1°9	-4°	-3°	"	-3°,5	"	"	-3°,5	"	-4°	"	-3°,5	-3°	-1°	0°,5	-4°5	-4°5	-4°5	-4°	-4°	"	-4°5	"	-4°5	-4°	-3°5	-2°5	-2°	-1°	-1°
	0°2	-5°	-5°,5	"	-5°	"	"	-5°,5	-6°	-5°,5	-6°	-5°,5	-4°	-2°,5	-1°	-4°5	-5°	-3°5	-3°	-4°	"	-4°	"	-4°	-2°5	-2°5	-1°	0°	0°	0°
	4°5	-7°,8	-7°,4	"	-7°,2	"	"	-7°,5	-8°	-8°	-8°,5	-7°	-5°	-3°	0°	-8°	-7°5	-7°5	-7°5	-7°5	-7°5	-7°5	"	-7°	-6°5	-5°5	-4°5	-2°5	-1°	0°
	9°0	-10°,5	-8°,5	"	-8°,5	"	"	-9°	-9°	-9°,5	-10°	-9°	-7°	-4°	-1°	-11°5	-11°	-9°5	-8°5	-9°5	-10°	-9°5	"	-10°	-9°	-8°	-6°5	-4°	-3°	-1°
	16°5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-7°	-5°	-2°,5	"	"	"	"	"	2°5?	0°?	-2°?	-2°?	-3°	-2°5	-5°	-5°	-3°	-2°

III° Pression relative $\frac{\Delta p}{H}$

	-8°3	0,05	.045	.03	"	.03	.025	.025	"	.05	.03	.02	0,0	0,0	0,0	.04	.035	.04	.03	.025	"	"	"	"	.03	.01	0,00	-0,02	-0,00	"
	-6°1	.045	.04	.05	"	.04	.03	.02	"	.02	"	0,0	0,0	0,0	0,0	.045	.035	.035	.03	.03	"	"	"	"	.025	.01	0,00	0,00	-0,02	-0,02
	-4°0	.04	.04	.03	"	.03	.03	.03	"	.05	"	.01	-0,02	-0,02	-0,01	.04	.04	.035	.03	.025	"	"	"	"	.03	.025	.01	0,00	-0,02	-0,02
l°	-1°9	.075	.08	"	.08	"	"	.075	"	.055	"	0,02	-0,03	-0,03	-0,01	.05	.045	.04	.04	.04	"	.03	"	.035	.04	.02	.01	0,00	-0,01	-0,02
	0°2	.07	.075	"	.07	"	"	.06	.055	.045	.03	0,00	-0,05	-0,04	-0,02	.045	.04	.04	.045	.06	"	.035	"	.035	.04	.02	.02	0,01	-0,01	-0,02
	4°5	.09	.08	"	.08	"	"	.06	.05	.04	.01	-0,01	-0,07	-0,07	-0,04	.05	.05	.05	.055	.05	.05	.04	"	.04	.06	.02	.02	.02	.01	0,00
	9°0	.06	.085	"	.08	"	"	.065	.055	.04	.01	-0,02	-0,08	-0,08	-0,05	.06	.06	.06	.095	.06	.06	.05	"	.05	.06	.03	.03	.02	.01	0,00
	16°5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-0,145	-0,11	-0,06	"	"	"	"	"	-0,2	-0,17	-0,15	-0,14	-0,09	-0,02	0,02	0,02	0,01	0,00

Tableau XIV. — Section à 9 cm. en arrière du bord de sortie

I° Tableau des valeurs de y/y_0

		au dessus de l'horiz^i du B^d de Sortie								au dessous de l'horiz^le du Bord de Sortie																			
	z c/m.	0	0,5	1,0	2,0	5,0	10	20	34	0,1	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	3,0	4,0	5,0	10	20	30	40
	-8°3	.91	.96	"	"	.985	.99	1,00	1,00	.885	.855	.82	"	.805	.825	.865	.91	"	.945	"	"	.97	.975	"	.975	.985	.995	"	1,00
	-6°1	.925	.97	.97	"	.975	.985	1,005	1,00	"	.875	.825	"	.82	.85	.895	.92	"	.96	"	"	"	"	"	.965	.975	.975	"	1,005
	-4°0	.95	"	"	.96	.98	.99	.995	1,01	"	.915	.86	"	.825	.83	.86	.91	.95	"	"	"	.975	"	"	.97	.97	.975	.99	1,00
l°	-1°9	.95	"	"	.97	.97	.99	1,00	1,01	"	.92	.885	"	.837	.815	.845	.895	.945	"	.965	"	.975	"	"	.98	.975	.985	"	1,00
	0°2	.95	"	"	.96	.99	1,00	1,015	1,01	"	"	"	.895	.83	.81	.825	.87	.93	.95	.955	.965	.97	.97	"	.975	.975	.975	.995	1,00
	4°5	.96	"	"	.965	.98	1,00	1,00	1,02	"	"	"	.910	.89	.83	.82	"	"	.89	"	"	.98	.98	"	.98	.98	.98	.985	.995
	9°0	.96	"	.965	.965	.985	1,00	1,015	1,01	"	"	"	.94	"	.86	.80	.77	.785	"	.835	.90	.935	.975	.975	.975	.98	.98	.985	.99
	16°5	.805	"	.905	.955	1,03	1,05	1,055	1,015	"	"	"	"	"	"	.82	.87	.88	"	.935	.945	.945	"	"	.94	.955	.97	.985	.99

II° Tableau des angles α

	-8°3	0°	0°	"	"	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	"	0°	0°	0°	0°	"	0°	"	"	0°	0°	"	0°	0°	0°	"	0°
	-6°1	0°5	1°0	0°	"	-0°5	0°	0°	0°	"	0°5	0°	"	1°0	1°0	0°5	1°0	"	0°	"	"	"	"	"	0°5	0°	0°	"	0°
	-4°0	0°	"	"	0°	-0°5	0°	0°	0°	"	-2°5	-2°5	"	-2°5	-2°5	-2°5	-2°5	-2°5	"	"	"	-2°5	"	"	0°	0°	0°	0°	0°
l°	-1°9	-1°5	"	"	-2°	-2°5	-2°0	-1°0	0°	"	-2°0	-2°0	"	-2°0	-2°0	-2°0	-1°5	-2°0	"	-1°5	"	-2°0	"	"	-1°5	-1°0	0°	"	0°
	0°2	-2°5	"	"	-3°5	-3°5	-2°0	-2°0	0°	"	"	"	-2°5	-3°0	-3°0	-3°0	-3°0	-3°0	-2°5	-3°0	-3°0	-3°0	-2°5	"	-3°0	-2°0	0°	0°	0°
	4°5	-4°5	"	"	-4°0	-5°0	-4°5	-2°5	0°	"	"	"	-3°5	-4°0	-3°5	-3°5	"	"	-3°5	"	"	-5°0	-4°5	"	-4°5	-4°5	-1°0	-1°0	0°
	9°0	-8°5	"	-8°0	-8°0	-8°0	-7°0	-3°0	0°	"	"	"	-8°0	"	-8°0	-8°5	-10°0	-9°0	"	-8°5	-8°5	-8°5	-7°0	-6°5	-7°0	-5°0	-4°0	-1°0	0°
	16°5	-11°0	"	-7°0	-9°5	-9°5	-6°5	-3°0	-1°0	"	"	"	"	"	"	-6°5	-6°0	-6°0	"	-6°0	-6°0	-6°0	"	"	-4°5	-5°0	-2°0	0°	0°

III° Pression relative $\frac{\Delta p}{H}$

	-8°3	.04	.04	"	"	.03	.02	0,00	0,00	.03	.025	.025	"	.005	.015	.015	.01	"	.025	"	"	.05	.05	"	.05	.03	.01	"	0.00
	-6°1	.04	.035	.035	"	.02	.01	-0,02	0,00	"	.035	.025	"	.025	.02	.015	.01	"	.03	"	"	"	"	"	.05	.05	0,05	"	0,00
	-4°0	.04	"	"	.03	.015	.02	.01	-0,02	"	.035	.035	"	.03	.025	.02	.02	.03	"	"	"	.05	"	"	.06	.06	.05	.02	0,00
l°	-1°9	.04	"	"	.03	0,00	-0,02	0,00	-0,02	"	.07	.04	"	.035	.025	.02	.02	.04	"	.03	"	.035	"	"	.05	.05	.03	"	0,00
	0°2	.05	"	"	.035	.01	0,00	-0,04	-0,02	"	"	"	.04	.03	.03	.03	.03	.025	.025	.025	.03	.035	.045	"	.05	.06	.05	.01	0.00
	4°5	.055	"	"	.035	0.00	-0,04	-0,05	-0,04	"	"	"	.04	.045	.03	.03	"	"	.025	"	"	.03	.04	"	.04	.04	.04	.03	.01
	9°0	.55	"	.04	.035	0,00	-0,04	-0,03	-0,045	"	"	"	.04	"	.03	.03	.03	.03	"	.03	.03	.03	.05	.05	.05	.04	.04	.03	.02
	16°5	-0,04	"	-0,03	-0,09	-0,08	-0,1	-0,1	-0,06	"	"	"	"	"	"	-0,04	-0,06	-0,06	"	-0,05	-0,04	-0,02	"	"	.085	.08	.06	.03	.02

Tableau XV. — Section à 18 cm. en arrière du bord de sortie

I° Tableau des valeurs de Y/Y_0

au dessus de l'horiz^le du B^d de Sortie

z c/m	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0	5,0	10	20	30
l° -8°3	0,88	.915	.95	.955	.975	.99	1,00	1,00	1,00	1,00	"
-6°1	.975	"	"	"	"	"	.99	1,00	1,00	1,00	"
-4°0	.98	"	"	"	"	"	.99	1,00	1,01	1,01	1,015
-1°9	.995	"	"	"	"	"	1,00	1,005	1,01	1,015	1,02
0°2	1,00	"	"	"	"	"	1,00	1,00	1,01	1,015	1,015
4°5	1,00	"	"	"	"	"	1,00	1,01	1,01	1,025	1,025
9°0	1,00	"	"	"	"	"	"	.995	1,00	1,01	1,010
16°5	"	"	"	"	"	1,00	"	1,02	1,015	1,02	1,02

au dessous de l'horiz^le du Bord de Sortie

z c/m	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	10	20	30
l° -8°3	.87	.88	"	.905	.93	.96	.975	"	.99	"	"	1,00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1,00	"	1,00	1,00	1,01
-6°1	.895	.89	"	.88	.89	.915	.94	.975	"	1,00	"	1,00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1,00	"	1,00	1,00	1,00
-4°0	.96	.955	"	.93	.89	.885	.895	.92	"	.955	.98	.98	"	"	.995	"	"	1,00	"	"	"	"	.995	"	1,00	1,00	1,01
-1°9	.995	.985	"	.96	.935	.900	.895	.88	"	.905	.935	.965	.99	"	.995	"	"	1,005	"	"	"	"	1,00	"	1,00	1,00	1,01
0°2	"	"	"	"	"	.965	.93	.895	"	.88	.865	.80	.94	.97	"	.99	1,00	1,00	"	"	"	"	1,00	"	1,00	1,00	1,00
4°5	"	"	"	"	"	.985	.985	.97	"	.95	.92	.885	.875	.89	"	.90	.94	.97	"	1,00	1,00	"	1,00	"	.995	1,00	1,00
9°0	"	"	1,00	"	"	1,00	1,00	.975	"	.975	.96	.935	.870	"	"	.87	.87	.88	.90	.945	.98	"	.995	"	.98	.99	.995
16°5	"	"	"	"	"	"	"	"	.85	"	"	.865	.875	.89	"	.90	.905	.91	"	.94	.97	.97	.96	.975	.97	.985	.99

II° Tableau des angles α

z c/m	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0	5,0	10	20	30
l° -8°3	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	"
-6°1	-1°	"	"	"	"	"	-1°	-1°	-1°	0°	"
-4°0	-2°	"	"	"	"	"	-1°5	-1°5	-1°5	0°	0°
-1°9	-3°	"	"	"	"	"	-2°5	-2°	-1°5	-0°5	0°
0°2	-4°	"	"	"	"	"	-4°	-3°	-3°	-2°	-1°
4°5	-6°	"	"	"	"	"	-6°	-6°	-5°	-4°	-2°5
9°0	-8°	"	"	"	"	"	"	-8°	-8°2	-6°5	0°
16°5	"	"	"	"	"	-8°	"	-8°	-7°5	-5°5	-3°5

z c/m	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	10	20	30
l° -8°3	0°	0°	"	0°	0°	0°	0°	"	0°	"	"	0°	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0°	"	0°	0°	0°
-6°1	-1°5	-1°5	"	-1°5	-1°5	-1°5	-1°5	-1°	"	-1°	"	-1°	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-1°	"	-1°	-1°	0°
-4°0	-2°	-2°	"	-2°	-2°	-2°	-2°	-2°	"	-2°	2°	-2°0	"	"	-2°	"	"	-2°	"	"	"	"	-2°	"	-1°5	-1°	0°
-1°9	-3°	-3°	"	-2°5	-2°5	-2°5	-2°5	-2°5	"	-2°5	-2°6	-2°5	-2°	"	-2°	"	"	-2°	"	"	"	"	-2°	"	-1°5	-0°5	0°
0°2	"	"	"	"	"	-5°	-4°	-4°	"	-4°5	-4°	-4°	-4°	-4°	"	-3°5	-3°5	-4°	"	"	"	"	-3°5	"	-2°	-1°5	-1°
4°5	"	"	"	"	"	-6°	-5°5	-6°	"	-6°5	-6°5	-6°	-6°	-5°5	"	-6°	-6°	-6°	"	-5°5	-6°	"	-6°	"	-4°	-3°	-1°5
9°0	-8°5	"	"	"	"	-8°5	-8°5	-8°5	"	-8°5	-8°5	-9°	-8°5	-8°5	"	-8°5	-8°5	-8°5	-8°5	-8°5	-8°5	"	-8°	"	-8°	-6°5	-3°
16°5	?	"	"	?	"	"	"	-4°?	"	"	-6°?	-5°?	-6°?	"	-7°?	-7°?	-5°?	"	-5°?	-4°	-4°	-4°	-3°	-3°5	-3°5	-2°

III° Pression relative $\frac{\Delta p}{H}$

z c/m	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	2,0	5,0	10	20	30
l° -8°3	0,00	0,00	0,00	0,01	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	"
-6°1	0,02	"	"	"	"	"	0,00	0,00	0,00	0,00	"
-4°0	0,00	"	"	"	"	"	0,01	-0,01	-0,02	-0,02	-0,03
-1°9	0,00	"	"	"	"	"	0,00	-0,01	-0,02	-0,03	-0,04
0°2	0,00	"	"	"	"	"	0,00	-0,01	-0,02	-0,03	-0,03
4°5	0,00	"	"	"	"	"	0,00	-0,02	-0,02	-0,05	-0,05
9°0	0,00	"	"	"	"	"	"	0,01	0,00	-0,02	-0,02
16°5	"	"	"	"	"	0,00	"	-0,04	-0,03	-0,04	-0,03

z c/m	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,5	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,6	2,8	3,0	3,2	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	10	20	30
l° -8°3	0,01	0,01	"	0,00	0,00	0,00	0,00	"	0,00	"	"	0,00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0,00	"	0,00	0,00	-0,02
-6°1	0,01	0,01	"	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	"	0,00	"	0,00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0,00	"	0,00	0,00	0,00
-4°0	0,01	0,00	"	0,00	0,01	0,01	0,01	0,00	"	0,01	0,00	0,00	"	"	0,00	"	"	0,00	"	"	"	"	0,01	"	0,00	0,00	-0,02
-1°9	0,00	0,00	"	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	"	0,00	0,00	0,00	0,00	"	0,00	"	"	-0,01	"	"	"	"	0,00	"	0,00	0,00	-0,02
0°2	"	"	"	"	"	0,00	0,00	0,01	"	0,01	0,03	0,01	0,01	0,00	"	0,00	0,00	0,00	"	"	"	"	0,00	"	0,00	0,00	0,00
4°5	"	"	"	"	"	0,00	0,00	0,01	"	0,00	0,00	0,02	0,01	0,01	"	0,01	0,00	0,00	"	0,00	0,00	"	0,00	"	0,00	0,00	0,00
9°0	0,00	"	0,00	"	"	0,00	0,00	0,00	"	0,00	0,015	0,01	0,015	0,015	"	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,00	"	0,01	"	0,35	0,025	0,01
16°5	"	"	"	"	"	"	"	-0,04	"	"	-0,035	-0,03	-0,025	"	-0,03	-0,025	-0,02	"	0,00	0,00	0,01	0,02	0,03	0,05	0,03	0,02

Tableau XVI. — Section à 36 cm. en arrière du bord de sortie

I° Tableau des valeurs de Y/z_0

Dos de l'aile

z/z_0	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	10	20	30
-8°3	.945	.95	.938	"	.985	.985	.99	1.00	"	"	1.00	"	"	"	"	"
-6°1	.972	"	"	"	"	"	"	"	"	"	.99	"	"	"	"	"
-4°0	.935	"	"	"	"	"	1.00	"	"	"	.99	"	"	"	1.005	"
-1°9	.995	"	"	.995	"	"	.995	"	"	"	1.00	"	"	"	1.01	"
0°2	1.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1.00	"	"	"	"	1.00
4°5	.975	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1.00	"	"	"	"	1.015
9°0	1.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1.00	"	"	1.005	1.01	1.015
16°5	.895	"	"	"	"	"	.882	.912	.895	.90	.917	.945	.97	.99	1.01	1.015

Dessous de l'horizontale du Bord de Sortie

z/z_0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0	6.5	7.0	8.0	10	15	20	30
-8°3	.925	.92	"	.905	.905	.915	.925	.94	.945	.965	.97	.99	.995	1.00	1.00	1.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
-6°1	"	"	.92	"	.92	.92	.915	.93	.95	.955	.97	.97	.98	.99	.99	.99	"	"	"	"	"	"	"	"	"	.985	"	"	"	"	"	"	"	"	.89	"	"	1.005
-4°0	.99	.99	"	.967	.967	.95	.93	.922	.903	.908	.923	.93	.945	.965	.983	.99	"	"	"	"	"	"	"	"	"	.995	"	"	"	"	"	"	"	"	.995	"	1.00	"
-1°9	"	"	.995	"	"	.995	.975	.957	.96	.925	.934	.94	.910	.917	.931	.948	.962	.977	.985	"	1.00	"	"	"	"	.995	"	"	"	"	"	"	"	"	1.00	"	1.01	1.01
0°2	"	"	"	"	"	"	"	"	.985	.976	.965	.955	.943	.93	.918	.907	.898	.926	.93	.90	.975	.985	.985	.99	.995	1.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	1.005	"	1.01
4°5	"	"	"	"	"	.995	"	"	"	"	.995	"	"	"	"	.95	.935	.926	.913	.917	.905	.916	.923	.95	.96	.968	"	"	"	"	1.00	"	"	"	"	1.00	"	1.01
9°0	"	"	"	"	"	.985	"	"	"	"	1.00	"	"	"	"	.978	"	"	.977	.963	.946	.93	.924	.925	.908	.907	.896	.906	.903	.910	.927	.958	.98	"	"	1.00	"	1.01
16°5	"	"	"	"	"	.862	"	"	"	"	.873	"	"	"	"	.885	"	"	"	"	.905	"	"	"	"	.91	"	"	"	"	.948	"	.974	.98	1.00	1.00	"	1.01

II° Tableau des angles α

z/z_0	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	10	20	30
-8°3	0°	0°	0°	"	0°	0°	0°	0°	"	"	0°	"	"	"	"	"
-6°1	-1°0	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-1°0	"	"	"	"	"
-4°0	-2°0	"	"	"	"	"	-2°0	"	"	"	-1°5	"	"	"	-0°5	"
-1°9	-2°5	"	"	-2°5	"	"	-2°5	"	"	"	-2°5	"	"	"	-1°5	"
0°2	-4°0	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-4°0	"	"	"	"	-2°0
4°5	-6°0	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-6°0	"	"	"	"	-3°0
9°0	-8°0	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-8°0	"	"	-7°5	-6°0	-5°0
16°5	-4°0	"	"	"	"	"	-6°8?	-6°3?	-4°8?	-4°8?	-7°0?	-4°0	-5°8	-6°0	-6°0	-5°0

z/z_0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0	6.5	7.0	8.0	10	15	20	30
-8°3	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	0°	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0°0	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
-6°1	"	"	-1°5	"	-1°0	-1°0	-1°0	-1°5	-1°0	-1°0	-1°0	-1°0	-1°0	-1°0	-1°5	-1°5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-1°5	"	"	"	"	"	"	"	"	-1°5	"	"	-0°5
-4°0	-2°0	-2°0	"	-2°0	-2°0	-2°0	-2°0	-2°0	-2°0	-2°0	-2°0	-2°0	-2°0	-2°5	-2°5	-2°5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-2°5	"	"	"	"	"	"	"	"	-2°0	"	"	-2°0
-1°9	-2°5	"	-2°5	"	-2°5	-2°5	-2°5	2°5	-2°5	-2°5	-3°0	-3°5	-3°5	-3°5	-3°5	-3°5	-3°5	-3°5	-3°0	"	-3°0	"	"	"	"	-3°5	"	"	"	"	"	"	"	"	-3°0	"	-3°5	-2°0
0°2	-4°0	-5°0	-5°0	-5°0	-5°0	-5°0	-5°0	-4°5	-4°5	-4°5	-5°0	-5°0	-5°0	-5°0	-5°0	-4°5	-4°5	-4°5	-5°0	-5°0	-5°0	-5°0	-5°0	-5°0	-5°0	-4°5	"	"	"	"	"	"	"	"	-4°0	"	-2°0
4°5	-7°0	-7°0	-7°0	-7°0	-7°0	-7°0	-7°0	-6°5	-7°0	-7°0	-7°0	-7°5	-7°0	-7°0	-7°0	-7°0	-6°5	-7°0	-7°0	-7°0	-7°0	-7°5	-7°0	-7°0	-6°5	-7°0	"	"	"	"	-7°0	"	"	"	-5°0	"	-3°0
9°0	-9°0	-9°0	-9°0	-9°0	-9°0	-9°0	-9°0	-9°5	-9°0	-9°0	-9°0	-9°5	-9°5	-9°5	-9°5	-8°5	"	"	-9°0	-9°0	-9°5	-9°5	-9°5	-9°0	-9°5	-9°0	-9°5	-9°0	-9°0	-9°0	-9°0	-9°0	-9°0	"	"	-8°0	"	-5°0
16°5	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0	-4°0?	"	"	"	"	-4°0?	"	"	"	"	-5°8?	"	"	"	"	-5°8?	"	-5°8?	-5°5	-5°0	-6°0	"	-5°0

III° Pression relative $\frac{\Delta p}{H}$

z/z_0	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	10	20	30
-8°3	.01	0.00	0.00	"	0.00	0.00	0.00	0.00	"	"	0.00	"	"	"	"	"
-6°1	.015	"	"	"	"	"	"	"	"	"	.010	"	"	"	"	"
-4°0	0.00	"	"	"	"	"	0.00	"	"	"	0.00	"	"	"	0.00	"
-1°9	.01	"	"	.01	"	"	.01	"	"	"	0.00	"	"	"	-0.02	"
0°2	0.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.00	"	"	"	"	0.00
4°5	01	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.00	"	"	"	"	-0.03
9°0	0 00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.00	"	"	-0.01	-0.02	-0.03
16°5	-0.02	"	"	"	"	"	-0.025	-0.02	-0.03	-0.025	-0.03	-0.015	-0.015	-0.015	-0.025	-0.03

z/z_0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.2	4.4	4.6	4.8	5.0	5.2	5.4	5.6	5.8	6.0	6.5	7.0	8.0	10	15	20	30
-8°3	0.01	.02	"	.015	.015	.01	0.00	.015	.01	.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	0.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"
-6°1	"	"	.015	"	.015	.015	.015	.010	.01	.01	.005	.005	.005	0.00	0.00	0.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	.015	"	"	"	"	"	"	"	"	.01	"	"	-0.03
-4°0	0.00	.01	"	.015	.01	.01	0.00	.015	.015	.015	.02	.015	0.00	.01	0.00	0.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	.01	"	"	"	"	"	"	"	"	0.00	"	"	0.00
-1°9	"	"	.01	"	"	.01	.01	.01	.015	.02	.02	.02	.015	.02	.02	.01	.01	.01	.01	"	0.00	"	"	"	"	.01	"	"	"	"	"	"	"	"	0.00	"	.02	.02
0°2	"	"	"	"	"	"	"	"	.01	.01	.01	.015	.02	.02	.015	.02	.02	.02	.015	.015	.015	.01	.01	.01	.01	0.00	"	"	"	"	"	"	"	"	"	-0.01	"	-0.02
4°5	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	.01	"	"	"	"	.015	.015	.02	.02	.015	.015	.015	.015	.015	.01	.01	0.00	"	"	"	"	0.00	"	"	"	"	0.00	"	-0.02
9°0	"	"	"	"	"	"	"	"	"	"	.01	"	"	"	"	.015	"	"	.015	.012	.010	.01	.015	.02	.015	.02	.015	.015	.015	.010	.005	0.00	0.00	"	"	0.00	"	-0.02
16°5	"	"	"	"	"	-0.025	"	"	"	"	-0.02	"	"	"	"	-0.015	"	"	"	"	-0.015	"	"	"	"	-0.015	"	"	"	"	-0.015	"	0.00	0.00	0.00	0.00	"	0.02

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la Faculté

CARACTÈRES PHYSIQUES DU VENT AU SOL ET DANS LA HAUTE ATMOSPHÈRE

Vu et approuvé :

Paris, le 10 octobre 1927

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

Ch. MAURAIN

Vu et permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

S. CHARLÉTY